PURCHASED FOR THE

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

FROM THE

HUMANITIES RESEARCH COUNCIL
SPECIAL GRANT

FOR

FRENCH AND ITALIAN ART 1400-1800

mattraite
de geometrie

30066
p3

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Ottawa

http://www.archive.org/details/traitdegeometr00lecl

A MONSEIGNEUR
MONSEIGNEUR
LE MARQUIS
DE LOUVOIS
Ministre et Secretaire
D'Estat, commandeur
et Chancelier des
ordres du Roy, sur-
intendant et ordon-
nateur general des
Bastiments de sa
Majesté, arts et
manufactures de
france
MONSEIG
S. le Clerc f.

TRAITÉ
DE
GEOMETRIE.

Par SEB. LE CLERC.

Revû & Corrigé par * * *

A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés des Auguſtins,
à l'Image Noſtre-Dame.

M. DCC XC.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

CE Traité de Geometrie eſt diviſé en dix Chapitres.

Le I. contient les Définitions.

Le II. établit des principes que j'appelle Notions, & qui ſont des veritez évidemment connuës par elles-mêmes, ou par des démonſtrations inconteſtables.

Le III. donne la pratique des Lignes & des Angles, & fait décrire les figures des Plans.

Le IV. enſeigne à transfigurer ces mêmes Plans, c'eſt à dire, à leur donner de nouvelles figures, ſans en diminuer ou augmenter le contenu.

Le V. apprend à les diviſer.

Le VI. montre comment il les faut aſſembler, & comment on peut les augmenter ou diminuer de grandeur, ſelon quelque quantité propoſée.

Le VII. enſeigne à les meſurer.

Le VIII. contient la Trigonometrie ou la doctrine des Triangles par le calcul.

Le IX. traite des Solides, & particulierement de leur Toisé.

Le X. enfin, donne la pratique pour le Terrain, où l'on voit comme on leve les Plans, comme on les trace, & comme on meſure les dimentions inacceſſibles.

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAr Grace & Privilege du Roy, donné à Verſailles le 26. Juillet 1688. & ſigné par le Roy en ſon Conſeil, LE PETIT ; Il eſt permis au Sieur Sebaſtien le Clerc, Déſignateur & Graveur ordinaire du Roy, de faire imprimer, vendre, & diſtribuer par tel Imprimeur ou Libraire qu'il voudra choiſir, un Livre par luy compoſé, intitulé *Traité de Geometrie*, pendant le temps & eſpace de ſix années entieres & conſecutives, à compter du jour que ledit Livre ſera achevé d'imprimer pour la premiere fois ; Avec deffences à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, de contrefaire ou faire contrefaire ledit Livre, à peine de deux mille livres d'amende, confiſcation des exemplaires contrefaits, & de tous dépens, dommages & intereſts, ainſi qu'il eſt plus au long contenu audit Privilege.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, le 19. Février 1689. à la charge que le débit dudit Livre ſera fait par un Imprimeur ou Libraire, ſuivant l'Edit, Statuts, & Reglemens.

J. B. COIGNARD, Sindic.

Et ledit Sieur le Clerc a cedé ſon droit du preſent Privilege à Jean Jombert, Marchand Libraire à Paris, pour en joüir ſuivant l'accord fait entr'eux.

Achevé d'imprimer pour la premiere fois le 20. Avril 1690.

TRAITE'

C. L. Davoe 1949. n. 06

TRAITÉ DE GEOMETRIE.

CHAPITRE PREMIER.

DEFINITIONS.

1. *De la Geometrie.*

LA Geometrie eſt une partie des Mathematiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continuë, & qui eſt étenduë ou en longueur ſeulement, ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur ; ces trois eſpeces de quantité ayant pour termes, des points, des lignes & des ſurfaces.

2. *Du Point.*

Le Point eſt ce qui n'a aucune partie.

3. *De la Ligne.*

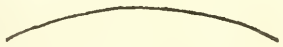
La Ligne eſt une longueur ſans largeur.

4. *De la Ligne droite.*

La Ligne droite eſt celle qui eſt également compriſe entre ſes extremitez, *ou bien*, c'eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre.

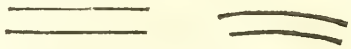
5. *De la Ligne courbe.*

La Ligne courbe eſt inégalement compriſe entre ſes extremitez.



6. *Des Lignes paralleles.*

Deux Lignes ſont paralleles, lorſqu'elles s'accompagnent en égale diſtance.



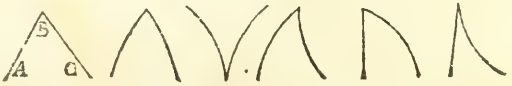
7. *De l'Angle lineal.*

L'Angle lineal eſt l'ouverture de deux lignes qui ſe joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & *(en ce cas)* les lignes ſont appellées jambes.

Ainſi, les lignes A B. C B. ſont les jambes de l'Angle A B C.

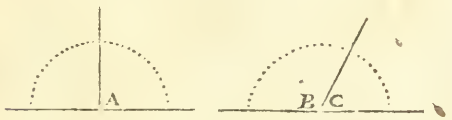
8. *De l'Angle rectiligne, courbeligne & mixtiligne.*

L'Angle eſt nommé rectiligne ſi les lignes qui le font ſont droites, courbeligne, ſi elles ſont courbes, & mixtiligne, ſi une des lignes eſt droite & l'autre courbe.



9. *De l'Angle Droit, Aigu & Obtus.*

Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles sont droits, mais si elle les fait inégaux, le plus ouvert est obtus, & le moins ouvert est aigu.



A. Angle droit.
B. Angle obtus.
C. Angle aigu.

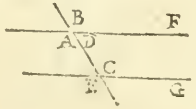
Il faut observer que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes mais de leurs ouvertures, & que le plus grand angle est celuy qui est le plus ouvert & au contraire, & que deux angles sont égaux s'ils sont ouverts également quoy que leurs jambes soient inégales.

10. *De la Perpendiculaire.*

La Perpendiculaire est une ligne droite qui tombe ou qui s'éleve sur une autre ligne droite faisant des angles droits.

11. *De l'Angle alterne, opposé, & de même part.*

Une ligne droite comme B E coupant les paralleles B F, E G, l'angle A est alterne au regard de l'angle C, au regard de l'angle B, il est opposé au sommet, mais il est de même part que l'angle E, & les angles A, D, B sont de suite.



12. *De la Surface.*

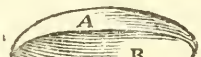
La Surface ou Superficie eſt une quantité étenduë en longueur & largeur ſans épaiſſeur ou profondeur.

13. *De la Surface plane.*

La Surface plane ou plate & qu'on appelle Plan, eſt celle qui eſt également étenduë entre ſes extremitez, & ſur laquelle une ligne droite peut eſtre tirée en tous ſens.

14. *De la Surface courbe.*

La Surface courbe eſt appellée convexe ſi elle eſt relevée, & concave ſi elle eſt creuſe & enfoncée.



A. Surface convexe.
B. Surface concave.

15. *De l'aſſiette des Plans.*

Un Plan eſt horiſontal & de niveau s'il eſt couché comme le deſſus d'une eau calme, vertical & à plomb s'il eſt dreſſé comme un mur élevé bien droit, ſinon il eſt incliné, penché & en talu.

16. *Du Terme.*

Le Terme eſt l'extremité d'une quantité.

Le Point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre ; Et la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

18. *De la Figure.*

La figure d'un Plan, eſt la modification de ſes termes ou extremitez.

19. *De la Figure rectiligne.*

La figure rectiligne eſt compoſée de lignes droites qu'on nomme côtez.

20. *Des Poligones.*

Toutes figures Planes & rectilignes ſont nommées d'un nom general, Poligone, mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. *On appelle*

Triangle ou Trigone, la figure de 3. côtez.
Quadrilatere ou Tetragone celle de 4.
Pentagone celle de 5.
Exagone celle 6.
Eptagone celle de 7.
Octogone celle de 8.
Eneagone celle de 9.
Decagone celle de 10.
Ondecagone celle d'11.
Dodecagone celle de 12.

Vn Triangle ſe diſtingue d'un autre par la difference de ſes angles ou de ſes côtez.

21. *Du Triangle rectangle.*

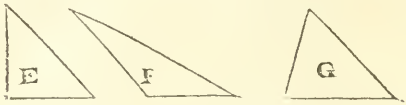
Le Triangle rectangle eſt celuy qui a un angle droit.

22. *Du Triangle ambligone.*

Le Triangle ambligone ou obtus-angle eſt celuy qui a un angle obtus.

23. *Du Triangle oxigone.*

Le Triangle oxigone a les trois angles aigus.



24. *Du Triangle équilateral.*

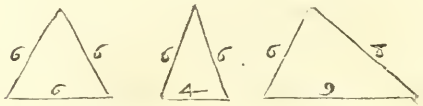
Le Triangle équilateral a ſes trois côtez égaux.

25. *Du Triangle iſocele.*

Le Triangle iſocele a ſeulement deux côtez égaux.

26. *Du Triangle ſcalene.*

Le Triangle ſcalene a ſes trois côtez inégaux.



Les Figures de quatre côtez reçoivent auſſi des denominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leurs côtez.

27. *Du Quarré.*

Le Quarré eſt une figure de quatre côtez égaux & de quatre angles droits.

28. *Du Rectangle.*

Le Rectangle ou quarré long a ſes angles droits & ſeulement ſes côtez oppoſez égaux.

O. Quarré.
P. Rectangle.

29. *Du Parallelogramme.*

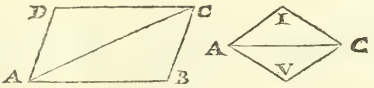
Le Parallelogramme a ſes côtez oppoſez paralleles.

30. *Du Rhombe.*

Le Rhombe ou Lozange eſt un parallelogramme qui a ſes quatre côtez égaux, mais ſeulement les angles oppoſez égaux, deux étant obtus & les deux autres aigus.

31. *De la Diagonale.*

La ligne A C. menée d'un angle à ſon oppoſé eſt appellée Diagonale.

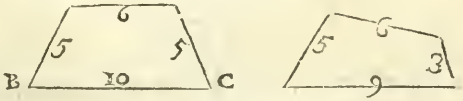


32. *Du Trapeze regulier.*

Le Trapeze regulier a deux côtez égaux & les deux autres inégaux mais paralleles. L'irregulier a ſes quatre côtez inégaux.

33. *De la Baſe.*

La Baſe eſt particulierement le côté ſur lequel la figure ſe repoſe, *comme le côté B C.*



34. *Du Cercle.*

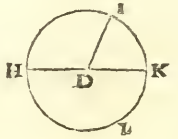
Le Cercle eſt un Plan terminé d'une ſeule li- appellée Circonference, laquelle eſt par tout égale-

ment éloignée d'un point qui en fait le milieu, & qu'on nomme Centre.

Par Cercle on entend auſſi quelquefois la ſeule Circonference ſuivant l'uſage du vulgaire.

35. *Du Diametre & du Rayon.*

Toutes lignes droites qui paſſent par le centre du Cercle & qui ſe terminent à la Circonference, ſont nommées Diametres & leurs moitiées Rayons ou Demidiametres.



H I K. Circonference.
D. Centre.
H K. Diametre.
D I. Rayon.

36. *Des Degrez, Minutes, ſecondes, &c.*

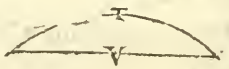
La Circonference du Cercle ſe diviſe ordinairement en 360 parties égales ou degrez, & *par conſequent*, la demicirconference en 180, & le quart en 90. Chaque degré ſe ſoûdiviſe en 60 minutes, chaque minute en 60 ſecondes, & chaque ſeconde en 60 tierces, &c.

37. *De l'Arc.*

L'Arc eſt une partie de la Circonference d'un Cercle.

38. *De la Corde.*

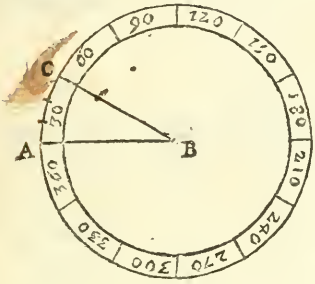
La Corde eſt une ligne droite qui joint un Arc par ſes extremitez.



T. Arc.
V. Corde.

39. *De la mesure de l'Arc & de l'Angle.*

Les degrez & leurs parties sont la mesure de l'Arc, & l'Arc est la mesure de l'Angle.



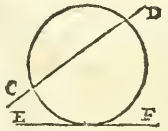
Par exemple, supposé que le point B soit le Centre du Cercle A C D. on jugera de la grandeur de l'Arc A C. par le nombre des degrez & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'Angle A B C. par la grandeur de l'Arc A C.

40. *De la ligne Tangente.*

La ligne Tangente est celle qui touche un Cercle sans le couper, & sans le pouvoir couper ou traverser même estant continuée.

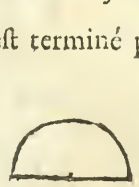
41. *De la Secante.*

La Ligne Secante, croise, coupe & traverse le Cercle.



42. *Du Demy cercle.*

Le Demy cercle est terminé par le diametre & la demicirconference.

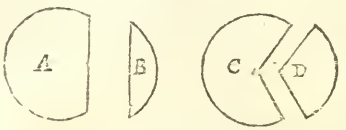


43. *De la Portion de Cercle.*

Si on coupe un Cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées Portions ou Segments.

44. *Du Secteur.*

Que ſi un Cercle eſt coupé en deux inégalement par deux rayons, les parties ſont dites Secteurs.



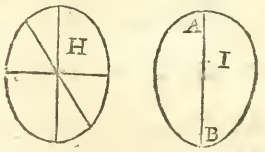
A. Grande portion.
B. Petite portion.
C. Grand Secteur.
D. Petit Secteur.

45. *De l'Ovale.*

L'Ovale eſt un Plan borné d'une ſeule ligne courbe qui ſe décrit de pluſieurs centres & que tous les diametres diviſent en deux également.

46. *De l'Elipſe.*

L'Elipſe eſt auſſi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un ſeul diametre diviſe en deux parties égales.



H. Ovale.
I. Elipſe.

47. *De la figure reguliere.*

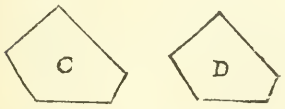
La figure Reguliere à ſes parties oppoſées ſemblables & égales.

48. *De l'Irreguliere.*

La figure irreguliere eſt compoſée d'angles & de côtez inégaux.

49. *De la figure Equiangle.*

La figure Equiangle a tous ſes angles égaux, & deux figures ſont équiangles, ſi les angles de l'une (quoy qu'inégaux entr'eux) ſont égaux aux angles de l'autre.



La figure C eſt équiangle à la figure D.

50. *De la figure Equilaterale.*

La figure Equilaterale a tous ſes côtez égaux.

51. *Des figures Concentriques.*

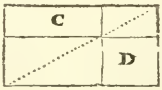
Les figures Concentriques ſont celles qui ont un même centre.

52. *Des Excentriques.*

Les Excentriques dépendent de pluſieurs centres.

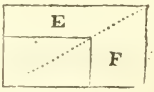
53. *Des Suplements.*

Quand un parallelogramme eſt diviſé en quatre autres par un point de ſa diagonale, les deux C, & D, que la diagonale ne coupe pas, ſont appellez Suplements ou Complements.



54. *Du Gnomon.*

Gnomon eſt la difference de deux Rectangles, *ou bien*, c'eſt l'excez d'un Rectangle par deſſus un autre Rectangle, les deux Rectangles ayant un angle commun & une même diagonale.



E F. Gnomon, ou Equiere.

55. *Des parties communes.*

Une partie eſt commune lors qu'elle appartient à pluſieurs quantitez.

Par exemple, on dit que l'angle A B C qui appartient au rectangle D E, comme au rectangle A C, eſt commun: & que le triangle G H I eſt commun aux deux triangles G I L, G I F, parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle G H I peut auſſi eſtre appellé commun de ce qu'il eſt joint au triangle G H L, de même qu'au triangle H I F.

56. *De la grandeur d'une quantité.*

Une quantité eſt dite grande ou petite par la comparaiſon qu'on en fait avec une autre de même eſpece.

57. *De la Raiſon de deux quantitez.*

Quand on compare deux quantitez entr'elles, ce que l'une eſt à l'égard de l'autre eſt appellé Raiſon.

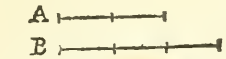
Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de 3. on dit que la raiſon de l'une à l'autre eſt de 2 à 3. Ou que la premiere eſt à la deuxiéme en raiſon de 3 à 4. ſi la premiere eſt de trois pieds & la deuxiéme de quatre.

58. *Des Termes de la raiſon.*

Les Termes de la Raiſon ſont les quantitez comparées.

59. *Des Termes antecedents & conſequents.*

Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A eſt le terme antecedent & la ligne B le terme conſequent.



60. *Des Raiſons ſemblables & égales.*

Deux Raiſons ſont ſemblables & égales, lors que les termes de la premiere ſont entr'eux comme les termes de la ſeconde.

La raiſon d'A à B eſt ſemblable & égale à celle de C à D, parce que comme 2 eſt moitié de 4, 3 eſt moitié de 6.

A, B.	C, D.
2, 4.	3, 6.

61. *Des Termes proportionnels.*

Si deux raiſons ſont ſemblables, leurs termes ſont proportionnels.

Par exemple, 4 eſtant deux tiers de 6, comme 2 ſont deux tiers de 3, nous diſons que les quatre termes ou quantitez 2, 3. 4, 6, ſont proportionnels.

62. *De la Proportion.*

La Proportion eſt un rapport de Raiſons.

63. *Des Termes de la Proportion.*

La proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorſque la Proportion n'a que trois termes, celuy du milieu eſt pris pour deux, comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C. 2 à 4, comme 4 à 8.

A, B, C.
2, 4, 8.

64. *Des Termes moyens & extremes.*

Dans la Proportion de trois termes, celuy du milieu eſt appellé moyen & les deux autres extremes.

65. *Des Termes en proportion continuée.*

Les Termes ſont continuellement proportionnels, lors que ceux du milieu ſont pris pour antecedents & pour conſequents.

Comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C, & B à C, comme C à D.

A, B, C, D.
2, 4, 8, 16.

66. *De la Raiſon doublée & triplée.*

Lors que quatre termes ſont continuellement proportionnels le premier eſt en raiſon doublée avec le troiſiéme, & en raiſon triplée avec le quatriéme.

C'eſt à dire que la raiſon d'A à C, eſt doublée de celle d'A à B, & que celle d'A à D eſt triplée de la même raiſon d'A à B.

A, B, C, D.
1, 3, 9, 27.

67. *De la Raiſon converſe.*

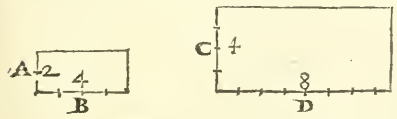
La Raiſon converſe, eſt une comparaiſon du conſequent à l'antecedent.

Comme ſi la raiſon d'A à B, eſtant la même que de C à D, on infere que B eſt à A, comme D à C.

A, B ; C, D.
2, 4 ; 4, 8.

68. *De la Raiſon alterne.*

La raiſon alterne ou par échange eſt celle où la comparaiſon ſe fait du conſequent au conſequent de même que de l'antecedent à l'antecedent.



Comme ſi A eſtant à C, comme B à D ; on conclud qu'A eſt à B, comme C à D.

69. *De la proportion d'égalité.*

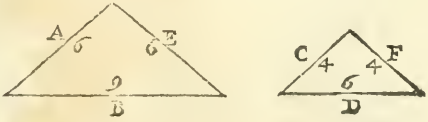
La Proportion d'égalité eſt un rapport des termes extremes d'une ſuite de raiſons, *ou bien*, c'eſt un rapport de raiſons qui reſulte de quelque cercle de raiſons ſemblables.

Comme ſi aprés avoir comparé G à H, comme I à K ; & I à K comme L à M ; & L à M, comme N à O ; on conclud, donc N eſt à O, comme G à H.

G H. I K. L M. N O.
2 4. 3 6. 4 8. 5 10.

G 2, H 4.
I 3, K 6.
L 4, M 8.
N 5, O 10.

Ou bien ſi y ayant même raiſon d'A à B, que de C à D ; & de B à E, que de D à F ; on tire cette conſequence, donc A eſt à E, comme C à F.



70. *De la Proportion de compoſition.*

La proportion de compoſition eſt celle où nous comparons pluſieurs termes pris enſemble à pluſieurs autres auſſi pris enſemble de même qu'un ſeul à un ſeul, *ou bien*, celle où la comparaiſon ſe fait de pluſieurs termes à un ſeul comme de pluſieurs autres à un ſeul.

Comme ſi A eſtant à C de même que B à D, & B à D comme E à F ; nous tirons cette conſequence que les trois termes A, B, E, pris enſemble, ſont aux trois termes C, D, F, auſſi pris enſemble, comme le ſeul E au ſeul F.

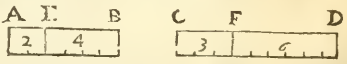
Ou que les trois termes A, B, E pris enſemble, ſont au ſeul E, comme les trois termes C, D, F, pris auſſi enſemble ſont au ſeul F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F, 2.
18.	12.

71. *De la Proportion de diviſion.*

La Proportion de diviſion eſt quand dans une raiſon ainſi que dans une autre, l'excez de l'antecedent par deſſus le conſequent, eſt comparé au même conſequent.

Comme ſi A B eſtant à B E en même raiſon que C D à D F, on conclud que A E eſt à B E, comme C F à D F.



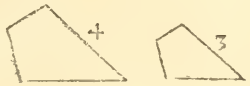
72. *Des figures ſemblables.*

Deux figures ſont ſemblables quand elles ont les angles égaux & les côtez proportionnels.

C'eſt à dire que deux figures ſont ſemblables (quoy qu'inégales) ſi les angles de l'une eſtant égaux aux angles de l'autre, leurs côtez ſont en mêmes raiſons.

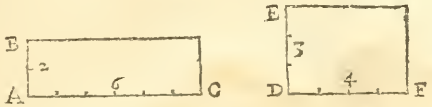
73. *Des termes Homologues.*

Dans les figures semblables, les côtez semblables sont dits homologues. *Comme les côtez 3 & 4.*



74. *Des termes reciproques.*

Deux figures ont leurs côtez reciproques, si leurs côtez sont proportionnels dans un ordre alternatif, *c'est à dire*, si les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antecedent de la premiere raison, & le consequent de la seconde, se trouvent dans une même figure.



Par exemple, si A B est à D F, comme D E à A C; ou si A E est à D E, comme D F à A C : ces deux rectangles B C, E F, sont dits avoir les côtez reciproques.

75. *Des plans égaux.*

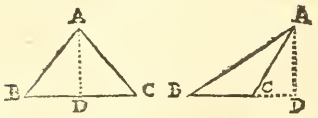
Les Plans égaux contiennent également & peuvent estre semblables & dissemblables.

76. *De la convenance des plans.*

On dit que deux plans conviennent, lors qu'étans posez l'un sur l'autre, ils ne se surpassent en aucun endroit, les extremitez de l'un, se trouvant précisement sur les extremitez de l'autre.

77. *De la hauteur des Plans.*

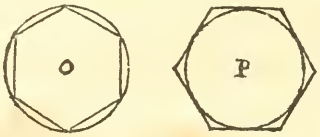
La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe.



Ainſi la perpendiculaire AD eſt la hauteur du triangle ABC.

78. *Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.*

Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles; mais elle eſt circonſcrite, lors que tous ſes côtez joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite.



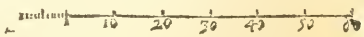
O. Figure inſcrite.
P. Figure circonſcrite.

79. *De l'Aire d'une figure.*

L'aire d'une figure eſt toute l'étenduë compriſe entre ſes termes.

80. *De l'Echelle.*

L'Echelle eſt une ligne droite, diviſée en pluſieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds; des toiſes; des perches; &c.

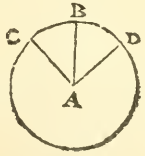


CHAPITRE SECOND.

NOTIONS.

1.

LEs Rayons d'un Cercle ſont égaux, de même que des lignes droites ſont égales, lors qu'on les a coupées d'une même ouverture de compas.



2.

Les Plans qui conviennent entr'eux, ſont égaux & ſemblables.

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, ſont égaux & ſemblables s'ils conviennent entr'eux; c'eſt à dire, ſi eſtant poſez l'un ſur l'autre, ils ſe trouvent avoir une même étenduë, par l'égalité de toutes leurs parties.

3.

Les Quantitez qui ſont égales à une même, ſont égales entr'elles.

Les quantitez A & C qui ſont égales à la quantité B, ſont égales entr'elles.

A. B. C.
8. 8. 8.

4.

Si on ajoûte des quantitez égales, à d'autres quantitez égales; celles qui en ſeront compoſées ſeront auſſi égales.

Les quantitez égales A, jointes aux égales B, produiſent les égales C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5.

Si de pluſieurs quantitez égales, on ôte des quantitez égales, celles qui reſteront ſeront auſſi égales.

Oſtant les quantitez égales B, des égales A, reſtent les égales C.

A.	6,	6,	6.
B.	2,	2,	2.
C.	4,	4,	4.

6.

Les quantitez qui ſont moitiées, double ou triples d'une même, ou de pluſieurs égales, ſont égales: *ou bien*, Des quantitez ſont égales, ſi elles ſont en même raiſon avec une même, ou avec pluſieurs égales: Et une même ou pluſieurs égales, ſont en raiſon pareille avec des quantitez égales.

Par exemple, les nombres B, C, qui ſont chacun double du nombre A, ſont égaux, 4 eſtant égal à 4: De plus le nombre A eſt au nombre B comme au nombre C, puiſqu'il eſt ſouſdouble de l'un, comme il eſt ſouſdouble de l'autre.

A,	A,	B,	C.
2,	2,	4,	4.

7.

Des quantitez ſont égales, lorſqu'elles en ſont d'égales avec une même.

Le nombre A vaut dix avec le nombre B de même qu'avec le nombre C, parce que les nombres B & C, ſont égaux.

B	A	C
8.	2.	8.

8.

La Proportion converſe.

Si quatre quantitez ſont proportionnelles, la premiere étant à la ſeconde, comme la troiſiéme à la quatriéme; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiere, que de la quatriéme à la troiſiéme.

La premiere quantité A eſt moitié de la ſeconde B, comme la troiſiéme C eſt moitié de la quatriéme D : auſſi la ſeconde eſt double de la premiere, comme la quatriéme eſt double de la troiſiéme.

A,	B.	C,	D.
2,	4.	3,	6.

9.

La Proportion alterne.

Si quatre quantitez de même eſpece ſont proportionnelles, elles le ſeront encore eſtant priſes alternativement.

C'eſt à dire, s'il y a même raiſon de la premiere quantité, à la deuxéme, que de la troiſiéme à la quatriéme; il y aura auſſi même raiſon de la premiere à la troiſiéme, que de la deuxiéme à la quatriéme; ce qui eſt évident, car A, eſtant deux tiers de B, & C deux tiers de D; A eſt double de C, comme B eſt double de D.

A, B;	C, D.
8, 12;	4, 6.

10.

La Proportion d'égalité.

Six quantitez eſtant proportionnelles, tellement que la premiere ſoit à la deuxiéme, comme la troiſiéme à la quatriéme ; & la troiſiéme à la quatriéme comme la cinquiéme à la ſixiéme : la premiere ſera à la deux éme, comme la cinquiéme à la ſixiéme. *ou bien.* Si trois quantitez ſont entr'elles ainſi que trois autres, la premiere ſera à la troiſiéme, comme la quatriéme à la ſixiéme.

1. *Comme A à B, C à D ; & C à D comme E à F : auſſi A à B, 2 à 4, comme E à F, 5 à 10.*

2. *Les quantitez G, H, , ſont entr'elles comme les quantitez K, L, M ; & comme G à I, 1 à 3 ; K à M, 2 à 6. puis que 1 eſt le tiers de 3, comme 2 eſt le tiers de 6.*

A, B ; C, D ; E, F.	G H I K L M
2, 4 ; 3, 6 ; 5, 10.	1 2 3 2 4 6

11.

La Proportion de compoſition.

Si pluſieurs quantitez ou termes ſont proportionnels, un antecedent ſera à ſon conſequent ; comme tous les antecedents pris enſemble, à tous les conſequents auſſi pris enſemble. Et un antecedent ſera à tous les antecedens pris enſemble, comme ſon conſequent, à tous les conſequents auſſi pris enſemble.

1. *Les termes 3, 9 ; , 6 ; 1, 3 ; ſont proportionnels, auſſi comme l'antecedent A eſt au conſequent B, 3 à 9 ; les trois antecedents A C E pris enſemble, ſont aux trois conſequents B D F, auſſi pris enſemble ; 6 eſtant le tiers de 18, comme 3 eſt le tiers de 9.*

2. *L'antecedent E eſt aux trois antecedents A C E, 1 à 6 ;*

comme le conſequent F, aux trois conſequents B D F, 3 à 18: un eſtant ſix fois en ſix, comme 3 eſt ſix fois en 18.

A, 3	B, 9
C, 2	D, 6
E, 1	F, 3
6	18

12.

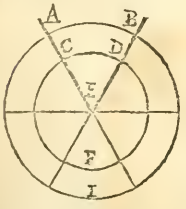
La Proportion de Diviſion.

Les quantitez qui ſont proportionnelles eſtant compoſées, le ſont encore eſtant diviſées.

La raiſon de A B à B E, 10 à 6, eſt pareille à celle de C D à D F, 20 à 12; Auſſi y a-t'il même raiſon d'A E à B E, 4 à 6, que de C F à D F, 8 à 12.

13.

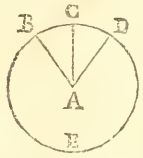
Les Arcs qui meſurent un même angle, ou des angles égaux, ſont en même raiſon avec leurs cercles; & contiennent même nombre de degrez.



Suppoſé les angles égaux A E B, C E D, poſez l'un ſur l'autre, comme n'en faiſant qu'un ſeul: les cercles A B I, C D F eſtant décrits du point E, il eſt évident que ſi par exemple *l'arc A B eſt de 60 degrez, ſixiéme partie de 360, & que le reſte du cercle ſoit diviſé de 60 en 60 degrez, par des lignes menées au centre E; le petit cercle ſera diviſé comme le grand en ſix parties égales: & que comme l'arc A B qui meſure l'angle A E B, ſera la ſixiéme partie de ſon cercle A B I, l'arc C D qui meſure l'angle C E D ſera auſſi de 60 degrez ſixiéme partie de ſon cercle C D F.*

14.

Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, sont égaux ; & si les arcs sont égaux, les angles le sont aussi.



Si par exemple, les angles B A C, C A D sont égaux, ils sont mesurez par des arcs B C, C D, qui ont même raison avec leur cercle; de sorte que si l'arc B C est de 40 degrez; C D est aussi de 40 degrez (suivant la precedente) & ces degrez estant les parties égales d'un même cercle B D E, l'arc B C est égal à l'arc C D.

De plus il s'ensuit avec évidence, que ces arcs estant égaux les angles B A C, C A D qui en sont mesurez sont aussi égaux.

15.

Lors que deux lignes droites & paralleles se terminent sur une autre ligne droite, les angles qu'elles font de même part sont égaux.

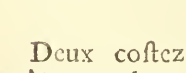
On connoist naturellement que les lignes A B, C D, estant paralleles, elles sont inclinées l'une comme l'autre sur la ligne G H; & que les angles qu'elles font de même part, par exemple les angles A & C, sont égaux; & que si ces angles estoient inégaux, les lignes A B, C D seroient inclinées diversement & ne seroient pas paralleles. Il s'ensuit que

16.

Les lignes qui tombent sur une autre faisant les angles de même part égaux, sont paralleles.

17.

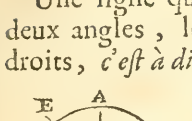
Deux costez d'un triangle pris ensemble, sont toûjours plus grands que le troisiéme.



Le plus court passage d'un point à un autre, est la ligne droite; ainsi les côtez A C, C B qui font un angle, sont plus grands pris ensemble, que la seule base A B.

18.

Une ligne qui tombe sur une autre fait avec elle deux angles, lesquels pris ensemble, valent deux droits, *c'est à dire*, 180 degrez.



1. *Si la ligne A B est perpendiculaire sur C D, les deux angles C B A, A B D sont droits (par la 10 du 1)*

2. *Supposé la ligne B E, les deux angles C B E, E B D, qui ont un demi cercle pour mesure, c'est à dire 180 degrez (suivant la 36 du 1,) sont égaux pris ensemble aux deux angles droits C B A, A B D, qui sont mesurez par les mêmes 180 degrez.*

19.

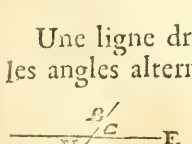
Quand deux lignes droites se coupent, les angles opposez au sommet sont égaux.

Les lignes D E, F G se coupent, je fais donc voir que les angles A & B, opposez au sommet sont égaux.

L'angle C vaut deux angles droits avec l'angle A comme avec l'angle B (suivant la precedente) donc les angles A, & B son égaux (suivant la 7.)

20.

Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux.



La ligne A B coupant les paralleles H E, D F, nous disons que les angles alternes D, H sont égaux.

L'angle C est égal à l'angle D (par la 15.) il est aussi égal à l'angle H son opposé au sommet (par la precedente) Donc (par la 3) l'angle D est égal à l'angle H son alterne.

De cette notion se conclud la suivante.

21.

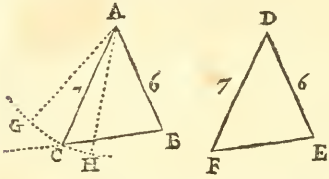
Deux lignes droites sont paralleles, si une troi-

ſiéme venant à les traverſer fait les angles alternes égaux.

22.

S'il ſe trouve dans un triangle, un angle & deux côtez égaux à un angle & deux côtez pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles ſont égaux & ſemblables ; c'eſt à dire que les côtez & les angles de l'un, ſont égaux aux côtez & aux angles de l'autre.

Premierement, que les côtez A B, A C du triangle A B C ſoient égaux aux côtez D E, D F du triangle D E F, & que l'angle C A B ſoit auſſi égal à l'angle D, je dis que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.



Si l'angle D eſtoit poſé ſur l'angle C A B qui luy eſt égal, les jambes D E, D F tomberoient ſur leurs égales A B, A C, & la baſe E F ſe trouveroit ſur la baſe B C, ainſi les deux triangles A B C, D E F, conviendroient entr'eux. Donc ils ſont égaux & ſemblables, (ſuivant la 2.)

2. Suppoſé les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F, & l'angle B égal à l'angle E, je dis encore, que les deux triangles ſont égaux & ſemblables. Que l'arc G H ſoit décrit du point A & de l'intervale A C, ou D F ſon égal.

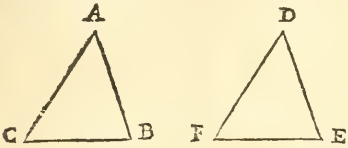
Si l'angle E eſtoit poſé ſur l'angle B, les lignes A B, D E eſtant égales, le point D, ſeroit ſur le point A, & la ligne D F tomberoit préciſement ſur ſon égale A C, car plus haut comme en A G elle ne joindroit pas la baſe B C, ou en ſeroit coupée ſi elle ſe trouvoit plus bas comme en A H : ainſi les trois points D, E, F ſe trouveroient ſur les trois points A B C. Donc les deux triangles ſont égaux & ſemblables.

23.

Deux triangles qui ont les côtez égaux, ſont équiangles, ſemblables & égaux.

Que les côtez du triangle A B C ſoient égaux aux côtez du

triangle D E F, je dis premierement que les deux triangles ont auſſi les angles égaux, c'eſt à dire que les angles de l'un ſont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.



Si on ſuppoſe ſeulement les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F; mais l'angle A égal à l'angle D; il s'enſuivra par la precedente que la baſe B C ſera égale à la baſe E F: Or les baſes B C, E F, ſont établies égales; Donc les angles A & D ſont égaux. Et la même démonſtration ſe fera des autres angles.

2. *Ces triangles ayant leurs côtez & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties ſi on les poſe l'un ſur l'autre; Donc ils ſont équiangles, égaux & ſemblables.*

De cette notion on tire la ſuivante.

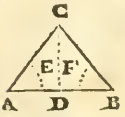
24.

Dans les triangles égaux & ſemblables, les angles égaux ſont oppoſez aux côtez égaux.

25.

Dans le triangle iſocele, les angles oppoſez aux côtez égaux, ſont égaux.

Le triangle A B C eſt iſocele, j'ay donc à faire voir que les angles A & B, oppoſez aux côtez égaux A C, B C, ſont égaux.



Que la baſe A B ſoit diviſée en deux également par la ligne D C les deux triangles E, F, ſeront équiangles (par la 23) car les côtez de l'un ſeront égaux aux côtez de l'autre. Donc (par la precedente) les angles A & B oppoſez au côté commun D C, ſont égaux.

D'où il s'enſuit que

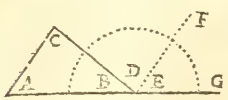
26.

Si deux lignes A C, B C, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux ſur une troiſiéme, elles ſont un triangle iſocele.

27.

Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle exterieur qui eſt égal aux deux interieurs oppoſez.

Que la baſe A B du triangle A B C ſoit prolongée vers G, je dis que l'angle C B G qu'on appelle exterieur, eſt égal aux deux interieurs oppoſez A & C.



J'ay tiré E F parallele à A C, ainſi l'angle E eſt égal à l'angle A, (par la 15) & (par la 20) l'angle D, l'eſt à ſon alterne C. Donc le ſeul C B G eſt égal aux interieurs oppoſez A & C. Il s'enſuit que

28.

L'angle exterieur d'un triangle, eſt toûjours plus grand que l'un ou l'autre des interieurs oppoſez.

29.

Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 degrez.

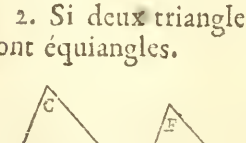
Les angles A & C pris enſemble ſont égaux à l'angle exterieur D, (par la 27,) les angles B, D, valent deux angles droits ou 180. degrez (par la 18:) Donc les angles B, A, C, valent auſſi deux angles droits ou 180 degrez. Il s'enſuit que

30.

1. Les trois angles d'un triangle valent autant pris enſemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31.

2. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils ſont équiangles.



C'eſt à dire par exemple, que ſi les angles A & B du triangle A B C ſont égaux aux angles D & E du triangle D E F, l'angle C eſt auſſi égal à l'angle F.

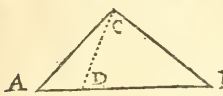
32.

5. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres ſont aigus.

33.

Le plus grand angle d'un triangle, eſt oppoſé au plus grand côté.

Le côté A B du triangle A B C, eſt plus grand que le côté B C, je fais voir que l'angle A C B, eſt plus grand que l'angle A.

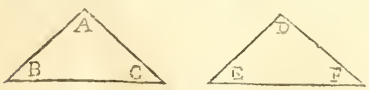


J'ay coupé B D égale au côté B C, ainſi le triangle B C D, eſt iſoſcele, & les angles C, D, ſont égaux (par la 25.) Or l'angle D qui eſt exterieur en égard au triangle A D C, eſt plus grand que ſon oppoſé interieur A, (par la 28) & l'angle C qui eſt égal à l'angle D, ne fait que partie de l'angle A C B. Donc l'angle A C B eſt plus grand que l'angle A.

34.

Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, luy eſt égal en toutes ſes parties.

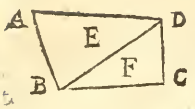
Premierement, ſuppoſé qu'on trouve dans le triangle A, les angles B, C égaux aux angles E, F, du triangle D; on conclud (par la 31) que les deux triangles ſont équiangles.



2. Si l'un des côtez, par exemple la baſe B C, eſt égale à la baſe E F, il eſt évident que les deux triangles conviendront enſemble eſtant poſez l'un ſur l'autre; car ſuppoſé la baſe B C ſur la baſe E F, les côtez A B, A C, ſe trouveront auſſi ſur les côtez D E, D F; autrement les triangles ne ſeroient pas équiangles. Donc le triangle A eſt en toutes ſes parties, égal au triangle D (ſuivant la 2.)

35.

Dans une figure de quatre côtez, les quatre angles pris enſemble, ſont égaux à quatre droits.

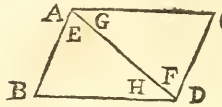


Supposé la diagonale B D, les angles du quadrilatere A C, sont composez de ceux des triangles E F, lesquels pris ensemble valent quatre droits (par la 29.)

36.

Les lignes qui en conjoignent deux autres égales & paralleles, sont égales & paralleles, faisant ensemble un parallelogramme.

Par exemple, que les lignes A B, C D soient égales & paralleles, je trouve qu'A C, B D qui les conjoignent, sont aussi égales & paralleles.



1. *Supposé la ligne A D les angles alternes E, F, sont égaux (par la 20.) & les jambes de l'angle E estant égales à celle de l'angle F, les triangles A C D, A B D sont égaux & semblables (par la 22.) Les lignes A C, B D sont donc égales, par la 24.*

2. *Puisque les triangles A C D, A B D, sont semblables, ils ont (suivant la 24) les angles G, H, égaux; lesquels estant alternes, A C, B D sont paralleles (par la 21) & le plan A B C D est un parallelograme (suivant la 29. du 1.)*

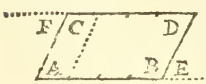
Il s'ensuit que

37.

Un parallelogramme est coupé en deux également par sa diagonale.

38.

Un parallelogramme a ses angles & ses côtez opposez égaux.



Je dis que les angles opposez A, D; B, C; du parallelogramme A D sont égaux: comme aussi ses côtez opposez A B, C D; A C, B D. Que le côté C D, soit prolongé vers F, & A B vers E.

1. *Les lignes A B, C D, A C, B D estant paralleles, l'angle E est égal a son alterne D, (par la 20) il est aussi égal à l'angle A qui est de même part (par la 15.) Donc, (par la 3) les angles A, D, sont égaux. De plus, l'angle D est égal à l'angle de même*

part F; comme à l'angle E son alterne; ainsi les angles E, F, sont égaux : les angles C, F valent deux angles droits, de même que les deux angles B, E, (par la 18;) Donc (par la 5) les angles opposez, B, C, sont aussi égaux.

2. Si la ligne A C couloit d'une même ouverture d'angles entre les paralleles C D, A B; il est évident que le point A, n'arriveroit pas plustost sur le point B, que toute la ligne A C, se trouveroit sur sa parallele B D; & que le point C, auroit fait autant de chemin dans la ligne C D, que le point A, en auroit fait dans la ligne A B. Donc les lignes A B, C D sont égales; & (par la 36) A C, B D, le sont aussi. Il s'ensuit que

39.

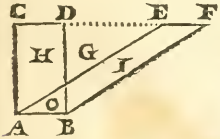
Un plan de quatre angles est parallelogramme si ses côtez opposez sont égaux.

40.

Les Parallelogrammes qui sont sur une même base, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

Les parallelogrammes B C, A F, sont sur une même base A B, & entre les mêmes paralleles A B, C F; j'ay donc à faire voir qu'ils sont égaux.

Dans les parallelogrammes, les costez opposez sont égaux (suivant la 38) ainsi les lignes A C, A E sont égales aux lignes B D, B F; & A B l'est à C D, de même qu'à E F; de plus C D, l'est à E F (par la 3) & C E à D F (par la 4.)



Les lignes A C, C E, A E, estant donc égales aux lignes B D, D F, F B; les triangles A C E, B D F, sont égaux (par la 23) desquels si on ôte le commun G, le quadrilatere H, restera égal au quadrilatere I (par la 5;) Mais si à ces quadrilateres on redonne le petit triangle O, le parallelogramme A B C D; sera égal au parallelogramme A B E F. De cette notion on conclud la suivante.

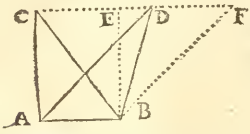
41.

Les Parallelogrammes de même hauteur, faits sur des bases égales, sont égaux.

42.

Les triangles décrits sur une même base, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

Les triangles A B C, A B D, sont sur une même base A B, & se terminent entre les mêmes paralleles C F, A B; Ainsi il faut prouver leur égalité; Pour cela, qu'on suppose E E parallele à A C, & E F parallele à A D.



Les parallelogrammes A B C E, A B D F, sont égaux (par la 40) les triangles proposez A B C, A B D, sont leurs moitiés (suivant la 37.) Donc ils sont égaux (par la 6.) De plus il est évident que

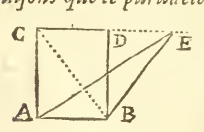
43.

Les triangles de même hauteur faits sur des bases égales sont égaux.

44.

Si un parallelogramme & un triangle sont sur une même base & entre mêmes paralleles, le parallelogramme est double du triangle.

Par exemple, que les lignes A B, C E, soient paralleles, nous disons que le parallelogramme A B C D, est double du triangle A B E. Tirez la diagonale B C ou la supposez.



Les triangles A B C, A B E sont égaux (par la 42) le parallelogramme A B C D est double du triangle A B C (par la 37.) Donc il est double de son égal A B E.

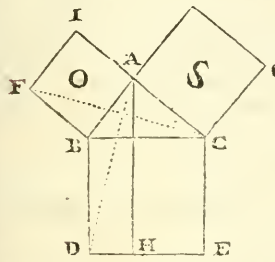
45.

Au triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est égal aux quarrez des deux autres côtez.

Et

Et la perpendiculaire abaissée de l'angle droit coupe le quarré opposé, en deux rectangles qui sont entr'eux comme les deux autres quarrez, chaque rectangle estant égal à son quarré.

L'angle B A C estant droit, on dit que le quarré B E est égal aux deux quarrez O, S; & supposé la perpendiculaire A H, je prouve premierement que le rectangle B H est égal au quarré O. Tirez les lignes C F, A D.



Les triangles B F C, B D A sont égaux (par la 22) ils ont les côtez F B, B C; A B, B D égaux; comme aussi leurs angles F B C, A B D; lesquels sont chacun composez d'un angle droit & du commun A B C.

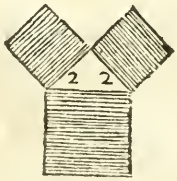
Le quarré O, est double du triangle B F C, & le rectangle B H est double du triangle B A D (par la precedente.) Donc le quarré O, est égal au rectangle B H (par la 6.)

On fera voir de même, que le quarré S, est égal au rectangle C H. Donc le quarré D C est égal aux deux O, S, & ces deux quarrez sont entr'eux comme les deux rectangles B H, G H.

Il s'ensuit que

46.

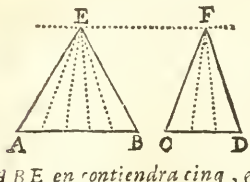
Si un triangle rectangle est isocele, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est double de chacun des quarrez faits sur les côtez égaux.



47.

Les triangles de hauteurs égales, sont entr'eux comme leurs bases.

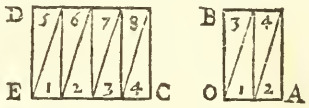
Supposé E F parallele à A D, on dit que le triangle A B E, est au triangle C D F, comme la base A B est à la base C D : c'est à dire, que si par exemple, la base A B est double ou triple de la base C D, le triangle A B E, est double ou triple du triangle C D F.



Supposé que la base A B soit de 5 pieds, la base C D de 3, & que de ces parties on ait mené des lignes aux angles E, F; ces lignes diviseront les triangles proposez en huit petits triangles qui seront égaux (suivant la 43.) Le premier A B E en contiendra cinq, & le deuxiéme C D F trois; donc les triangles A B E, C D F, sont entr'eux, en raison de 5 à 3, comme leurs bases A B, C D.

48.

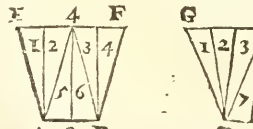
Les parallelogrammes de même hauteur, sont en même raison que leurs bases.



Le parallelogramme C D, composé de huit triangles égaux, est double du parallelogramme A B, composé de quatre; comme la base C E, de quatre parties égales, est double de la base A O de 2.

49.

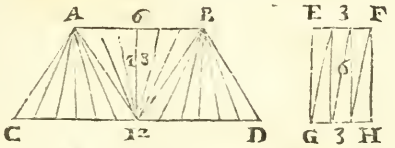
Les trapezes de hauteurs égales, sont entr'eux comme leurs bases, quand leurs bases sont en même raison, que les côtez paralleles qui leurs sont opposez.



Les bases A B, C D sont entr'elles comme leurs côtez opposez paralleles E F, G H; car comme 4 à 6, 2 à 3: aussi le premier trapeze de six triangles, est au deuxiéme de neuf, comme la base A B, à la base C D, 2 à 3; six estant deux tiers de neuf, comme deux sont deux tiers de trois.

50.

Les trapezes de même hauteur, dont les baſes ſe trouvent paralleles à leurs côtez oppoſez, ſont entr'eux comme les ſommes de leurs côtez paralleles.

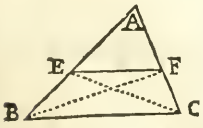


La ſomme des côtez paralleles A B, C D, eſt 18, *celle des côtez paralleles E F, G H, eſt* 6; *& comme* 18 *eſt triple de* 6, *auſſi le trapeze A D compoſé de* 18 *triangles, eſt triple du trapeze E F, compoſé de* 6.

51.

Si dans un triangle, une ligne eſt parallele à un des côtez, elle diviſe les deux autres proportionnellement.

Que la ligne E F, ſoit parallele au côté B C, on prouve que le côté A B, eſt coupé en E; comme le côté A C, l'eſt en F; c'eſt à dire, que la raiſon d'A E, à E B, eſt ſemblable à celle d'A F, à F C. Supposé les lignes C E, B F.



Les triangles E F B, E F C, ſont égaux (par la 41,) *&* (*par la* 47,) *Comme A E eſt à B E, le triangle A E F eſt au triangle B E F ou C E F ou égal; de plus, comme le triangle A E F au triangle C E F, A F eſt à F C. Donc* (*par la* 10) *c'eſt à dire par la proportion d'égalité, il y a même raiſon d'A E à E B, que d'A F à F C.*

Il s'enſuit que

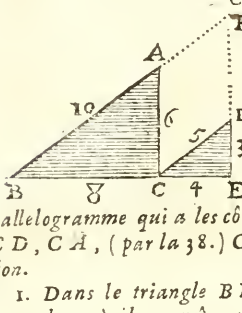
52.

La ligne qui diviſe proportionnellement deux côtez d'un triangle, eſt parallele au troiſiéme.

53.

Les triangles équiangles, ont les côtez proportionnels.

Si les triangles A B C, D C E ſont équiangles, ils ont les côtez proportionnels; c'eſt à dire, que les côtez du premier ſont entr'eux, comme les côtez du deuxiéme, je le démontre.



Que les baſes B C, C E ne faſſent qu'une ligne droite; les angles A B C, D C E eſtant égaux, de même que les angles A C B, D E C; les côtez A B, C D, ſont paralleles; comme auſſi les côtez A C, D E: (par la 16) & B A, E D, eſtant prolongez en F; A C D F eſt un parallelogramme qui a les côtez A F, F D, égaux à leurs oppoſez C D, C A, (par la 38.) Cela établi, venons à noſtre démonſtration.

1. *Dans le triangle B E F, C D eſt parallele à B F. Donc (par la 51) il y a même raiſon de D E à D F ou C A ſon égale, que de C E, à C B: & par échange (c'eſt à dire par la 9) D E eſt à C E, comme A C à B C.*

2. *La ligne A C eſt parallele à E F; ainſi, il y a même raiſon d'A B, à A F, ou C D ſon égale; que de C B à C E: & par échange B A eſt à B C, comme C D à C E.*

Et enfin par égalité (c'eſt à dire par la 10) A B eſt à A C, comme D C à D E: Donc les triangles équiangles ont les côtez proportionnels. Il s'enſuit que

54.

Les triangles qui ont les côtez proportionnels, ſont équiangles. *De plus*

55.

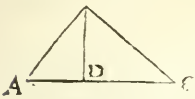
Les triangles qui ont les angles égaux, ou les côtez proportionnels, ſont ſemblables.

56.

Le triangle rectangle ſe diviſe en deux autres qui

luy ſont ſemblables, par la perpendiculaire tirée de l'angle droit ſur le côté oppoſé.

Suppoſé que la ligne B D tirée de l'angle droit A B C, ſoit perpendiculaire au côté otpoſé A C, je prouve que les triang'es A B D, B C D ſont ſemblables au triangle rectangle A B C.



1. *Les triangles A B C, A B D ont l'angle A commun, & leurs angles A B C, A D B ſont droits : donc (par la 31) ils ſont équiangles & ſemblables (par la 55.)*

2. *Les triangles A B C, B C D, ſont auſſi ſemblables par la même raiſon, ils ont l'angle C commun, & chacun un angle droit.*

57.

Deux triangles ſont ſemblables quand ils ont un angle commun, & les côtez oppoſez à cet angle, paralleles.

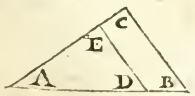
Que D E, ſoit parallele à B C, je dis que les triangles A D E, A B C ſont ſemblables.

Puiſque les lignes B C, D E ſont paralleles, l'angle D eſt égal à l'angle B; l'angle E, l'eſt à l'angle C, (par la 15) l'angle A eſt commun; ainſi les triangles A B C, A D E ont les angles égaux, & ſont ſemblables (par la 55)

58.

Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtez de cet angle proportionnels, ſont ſemblables.

Si A B eſt à A D, comme A C à A E, les triangles A B C, A D E ſont ſemblables, je le prouve.



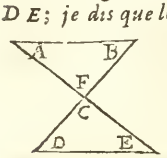
Par la diviſion de raiſon (c'eſt à dire par la 12) A D eſt à D B, ainſi qu'A E à E C; Donc D E eſt parallele à B C (ſuivant la 52) & les triangles ſont ſemblables (par la precedente.)

La même choſe doit s'entendre des triang'es ſeparez O, & P.

59.

Deux lignes qui ſe croiſent entre deux paralleles, ſont deux triangles ſemblables ; & ſi une des croiſées eſt coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles ſoient égales, les triangles ſont ſemblables & égaux.

1 *Les lignes AE, BD ſe coupant entre les paralleles AB, DE; je dis que les triangles ABF, CDE, ſont ſemblables.*



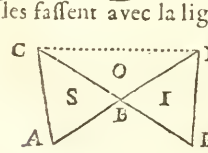
Les angles oppoſez C, F, ſont égaux (par la 19) les alternes A, E, le ſont auſſi, de même que les alternes B, D; (par la 20.) Donc (par la 55) les triangles ABF, CDE ſont ſemblables.

2 *Si AE eſt coupée en deux également par BD, ou BD par AE, ou qu'AB ſoit égale à ſa parallele DE; les deux triangles ſont ſemblables & égaux (par la 34.)*

60.

Si deux triangles égaux, ont un angle égal; les côtez qui font cet angle ſont reciproques.

Les triangles S, I, eſtant égaux ; & leurs angles au point B égaux; on prouve qu'AB, baſe du premier triangle, eſt à DB côté du ſecond, comme BE baſe du ſecond, eſt à BC côté du premier Que AD, CE ſoient deux lignes droites, & qu'elles faſſent avec la ligne CD, le triangle O.



Puis que les triangles S, I, ſont égaux, ils ont même raiſon au triangle O, c'eſt à dire qu'il y a même raiſon du triangle S au triangle O, que du triangle I, au même triangle O; & ces triangles eſtant entr'eux comme leurs baſes (ſuivant la 47,) AB, baſe du triangle S, eſt à BD, baſe du triangle O; comme BE, baſe du triangle I, eſt à BC, baſe du même triangle O Donc les triangles propoſez S, I, ont les côtez reciproques (ſuivant la 75 du 1.) Il s'enſuit que

61.

Deux triangles ſont égaux, s'ils ont un angle é-

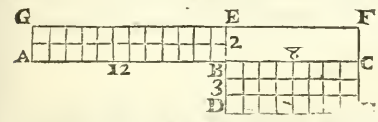
gal, & les côtez de cet angle, reciproques.

62.

Quatre lignes estant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrémes, est égal au rectangle compris sous les moyennes.

Qu'A B soit à B C, comme B D à B E; le rectangle A E compris sous les extrémes A B, B E; est égal au rectangle B H, compris sous les moyennes B C, B D : je le fais voir.

Que les lignes A B C fassent une ligne droite, de même que les lignes D B E; & que B F soit un rectangle produit par la continuité des lignes G E, H C.



Il y a même raison du rectangle A E au rectangle B F; que de la base A B à la base B C; Et du rectangle B H au rectangle B F, que de la base B D à la base B E (par la 48.) La raison de la base A B à la base B C, 12 à 8; est comme celle de la base B D à la base B E, 3 à 2. Ainsi, il y a même raison du rectangle A E au rectangle B F, que du rectangle B H, au même rectangle B F. Donc (par la 6) les rectangles A E, B H sont égaux. Aussi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrez égaux.

63.

Les rectangles égaux, ont les côtez reciproques.

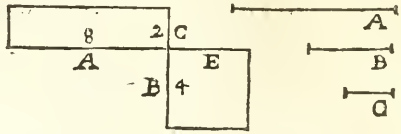
Les rectangles A E, D C sont égaux, nous l'avons prouvé; & comme A B à B C, 12 à 8; B D à B E, 3 à 2; ou ce qui est la même chose, comme A B à B D, 12 à 3; B C à B E, 8 à 2: ainsi l'antecedent de la premiere raison, & le consequent de la seconde, se trouvent dans le premier rectangle A E : Donc les rectangles égaux A E, B H ont les côtez reciproques (suivant la 74 du 1.)

64.

Trois lignes estant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrémes, est égal au quarré fait sur la moyenne. Et si le quarré est égal au re-

étangle, les lignes ſont proportionnelles.

1, *Que les lignes A, B, C, ſoient proportionnelles, le rectangle B C, compris ſous les extrémes A, C; eſt égal au quarré B E fait ſur la moyenne B, je le prouve.*



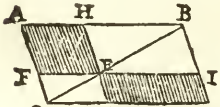
Comme A à B ou E ſon égale, ainſi B à C: Donc (par la 62) le rectangle A C eſt égal au quarré B E.

2. *Le quarré & le rectangle eſtant égaux, ils ont les côtez reciproques (par la 63.) Ainſi comme A à E ou B ſon égale, B à C.*

65.

Les complements ou ſupplemens d'un parallelogramme ſont égaux.

Que les ſupplemens F H, G I, ſoient égaux, je le démontre.



Les trois parallelogrammes A D, H I, F G, ſont coupez chacun en deux triangles égaux par la diagonale B C (ſuivant la 37.) Donc ſi des triangles égaux A B C, B C D, on ſouſtrait les égaux B H E, B I E; C E F, C E G: Les ſupplemens F H, G I, reſteront égaux (par la 5.)

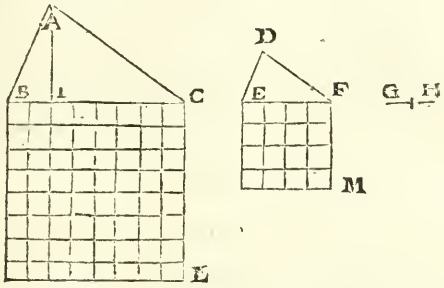
66.

Les triangles ſemblables ſont en raiſon doublée, ou ce qui eſt la même choſe, ils ſont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Suppoſé les triangles ſemblables A B C, D E F, on dit qu'ils ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues B C, E F; de ſorte que ſi une ligne G H eſt à E F, comme E F à B C; A B C ſera au triangle D E F, comme la baſe B C, à la troiſiéme proportionnelle G H. Que B I ſoit coupée égale à G H.

Les angles B, E, ſont égaux, puiſque les triangles A B C, D E F ſont ſemblables; & A B eſt à D E comme B C à E F (par la 53.) De plus, comme B C à E F, E F à G H ou B I ſon égales,

ainſi, comme AB à DE, EF à BI (par la 10.) Les triangles ABI, DEF ont donc les côtez reciproques autour des angles égaux B, E; & (par la 61) ils ſont egaux. Mais le triangle ABC a même raiſon à ABI, que BC à BI ou GH ſon égale (par la 47.) Donc ABC eſt à ABI ou DEF ſon égal, comme BC à GH; de ſorte que ſi BC eſtoit double, moitié ou triple de GH; le triangle ABC ſeroit double, moitié, ou triple du triangle DEF: BC eſt quadruple de GH, donc ABC eſt quadruple du triangle DEF, de même que le quarré BL eſt quadruple du quarré EM.

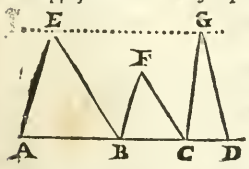


Les 16 petits quarrez égaux compris dans le quarré EM, & le 64 compris dans le quarré BL; font voir que le quarré BL eſt quadruple du quarré EM, 16 eſtant le quart de 64.

67.

Si trois triangles ont leurs baſes proportionnelles, & que le premier & le troiſiéme ſoient de même hauteur; le deuxiéme ſera égal au dernier s'il eſt ſemblable au premier: mais au contraire, s'il eſt ſemblable au dernier, il ſera égal au premier.

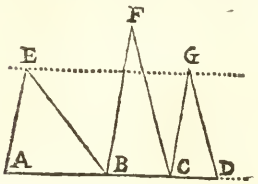
Suppoſé les trois baſes proportionnelles ABCD, & les triangles ABE, CDG de même hauteur; je dis premierement que le triangle F conſtruit ſur la moyenne, eſt égal au triangle G, parce qu'il eſt ſemblable au triangle E.



Puis que les triangles ABE, BCF ſont ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs baſes, c'eſt à dire, qu'il y a même raiſon du trian-

gle A B E au triangle B C F, que de la baſe A B à la troiſiéme proportionnelle C D (ſuivant la precedente.) Or il y a même raiſon du triangle A B E au triangle C D G, que de la baſe A B à la baſe C D (par la 47.) Ainſi le triangle A B E, a même raiſon au triangle B C F, qu'au triangle C D G. Donc (par la 6) les triangles B C F, C D G ſont égaux.

Secondement je prouve que le triangle F, qui eſt ſemblable au triangle G, eſt égal au triangle E.

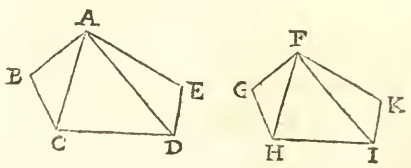


Le triangle C D G eſt à ſon ſemblable B C F, comme ſa baſe C D à la troiſiéme proportionnelle A B; & comme C D à A B, le triangle C D G au triangle A B E (ſuivant la 47.) Donc le triangle G a même raiſon au triangle F, qu'au triangle E; Donc les triangles A B E, B C F ſont égaux.

68.

Les Poligones ſemblables, ſe diviſent en des triangles ſemblables.

Que les poligones B E, G K ſoient ſemblables, je dis que les triangles de l'un, ſont ſemblables aux triangles de l'autre.



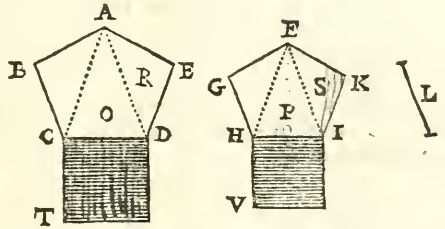
Les poligones eſtant ſemblables, les angles B, G ſont égaux, & A B eſt à B C, comme F G à G H (ſuivant la 72 du 1.) Donc les triangles A B C, F G H ſont ſemblables (par la 58) & A C eſt à C B comme F H à G H. De plus comme B C, à C D, G H à H I; donc par égalité, comme A C à C D, F H à H I; & les angles égaux B C A, G H F, eſtant ſouſtraits des égaux B C D, G H I; les angles A C D, F H I, reſtent égaux. Donc les triangles A C D, F H I ſont encore ſemblables, (par la même 58.) Et par conſequent, comme A D à D C, F I à I H; mais comme C D à D E, H I à I K; donc par égalité

comme AD à DE, FI à IK; & les angles ADE, FIK eſtant égaux, puiſqu'ils reſtent des égaux CDE, HIK, deſquels ſont ſouſtraits les égaux ADC, FIH; les triangles ADE, FIK ſont auſſi ſemblables.

69.

Les poligones ſemblables ſont en raiſon doublée, ou ce qui eſt le même, il ſont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Les Poligones ABCDE, FGHIK ſont ſemblables, il faut donc prouver qu'il ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues, par exemple de leurs baſes CD, HI. Que la ligne L, ſoit à IF, comme l F à DA.



Les triangles O, R, ſont ſemblables aux triangles P, S (par la precedente.) Les triangles R, S, eſtant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues; c'eſt à dire, que le triangle R eſt au triangle S, comme ſon côté AD eſt à la troiſiéme proportionnelle L (par la 66.) Par la même raiſon le triangle O eſt au triangle P, comme le même côté AD eſt à la même troiſiéme proportionnelle L. Il y a donc même raiſon du triangle R au triangle S, que du triangle O au triangle P; & en compoſant, comme le triangle O eſt au triangle P, les deux triangles OR, c'eſt à dire, le quadrilatere ACDE, eſt aux deux triangles P, S, c'eſt à dire au quadrilatere FHIK (par la 11.)

La même demonſtration ſe fera des quadrilateres ABCD, FGHI, & enfin (par la même 11) on conclura que les poligones BE, GK, ſont entr'eux comme les triangles O, P, leſquels eſtant en raiſon doublée de leurs baſes CD, HI; les poligones BE, GK, ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes baſes.

De plus les quarrez DT, IV, ſont entr'eux comme les trian-

gles O, P, (par la 66.) Donc les poligones BE, GK qui ſont entr'eux comme ces triangles, ſont entr'eux comme les quarrez.

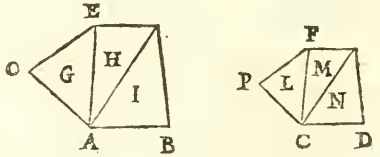
70.

Les parties d'un poligone ſont entr'elles, comme les parties d'un autre poligone ſemblable.

Les poligones BO, DP ſont ſemblables, je dis donc que les triangles G, H, I, du premier ſont entr'eux comme ſont les triangles du deuxiéme, L, M, N.

Puiſque les poligones ſont ſemblables, leurs triangles ſont auſſi ſemblables; ainſi les triangles G, L, ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues AE, CF (ſuivant la 66 :) les triangles H, M, ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes côtez AE, CF; Donc il y a même raiſon du triangle G au triangle L, que du triangle H au triangle M; & (par échange) le triangle G eſt au triangle H, comme le triange L au triangle M. Par la même raiſon le triangle H, eſt au triangle I, comme le triangle M au triangle N.

De plus (par égalité) G eſt à I, comme L à N; & (en compoſant) comme le triangle G eſt au quadrilatere HI, le triangle L eſt au quadrilatere MN.



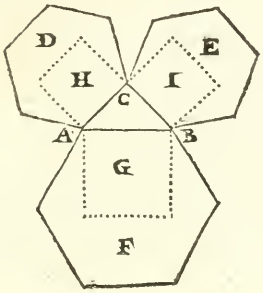
71.

Si on décrit des poligones ſemblables ſur les côtez d'un triangle rectangle le plus grand, *c'eſt à dire*, celuy qui aura pour baſe le côté oppoſé à l'angle droit ſera égal aux deux autres.

L'angle C, du triangle ABC eſt droit, ainſi j'ay à prouver que le poligone F, eſt égal aux deux poligones D, E, qui luy ſont ſemblables.

Les poligones ſemblables D, E, F, ſont entr'eux comme les quarrez de leurs baſes ou côtez homologues AB, BC, CA,

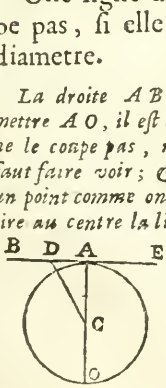
(par la 69) le plus grand quarré G, eſt égal aux deux petits H, I (par la 45.) Donc le plus grand poligone F, eſt egal aux deux petits D, E.



72.

Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, ſi elle eſt perpendiculaire à l'extremité du diametre.

La droite A B eſtant perpendiculaire à l'extremité du diametre A O, il eſt évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même eſtant continuée vers E, c'eſt ce qu'il faut faire voir; & pour cela qu'on prenne dans cette ligne A B, un point comme on voudra, par exemple, le point D, & qu'on tire au centre la ligne droite C D.



Puiſque l'angle B A C eſt droit, l'angle A D C ſera aigu (par la 32) & la ligne C D oppoſée à l'angle droit, ſera plus grande que le rayon A C oppoſé à l'angle aigu, (par la 33.) Donc le point D a eſté pris hors le cercle (ſuivant la 1.) Or la même demonſtration ſe fera de tous autres points de la touchante B E, ſi prés qu'on le puiſſe prendre du point A: Donc la droite B E, n'entre pas dans le cercle. De plus il s'enſuit que

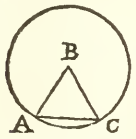
73.

Le cercle n'eſt touché d'une ligne droite qu'à un ſeul point, & la perpendiculaire tirée de ce point paſſe par le centre du cercle.

74.

Le rayon diviſe la circonference du cercle en ſix parties égales, chacune de 60 degrez.

Que la ligne A C ſoit tirée égale au rayon B C, je dis que l'arc A C, ſera la ſixiéme partie de la circonferen e du cercle : c'eſt à dire qu'il ſera de 60 degrez, ſixiéme partie de 360.



Suppoſé le rayon A B. *Le triangle A B C eſt équ lateral, & ſes trois angles qui pris enſemble valent* 180 *degrez (ſu vant la* 29 *) ſont chacun de* 60. *Donc l'arc A C qui eſt la meſure de l'angle B, eſt de* 60 *degrez.*

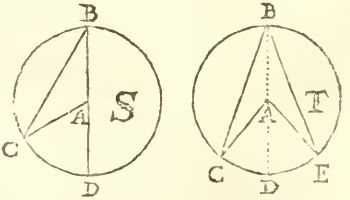
75.

L'angle du centre eſt double d'un angle de la circonference qui a le même arc pour baſe.

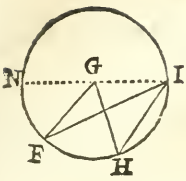
1. *Dans le cercle S, l'angle du centre C A D, & l'angle C B D de la circonference, ont un même arc C D pour baſe ; j'ay donc à prouver que le premier eſt double du deuxiéme.*

Les droites A B, A C ſont égales, ainſi le triangle A B C eſt iſocele, & ces angles B, C, ſont égaux (par la 25. *) l'angle A eſt égal aux deux B & C (par la* 27. *) Donc il eſt double du ſeul B.*

2. *Dans le cercle T, l'angle C A E eſt encore double de l'angle C B E, car ſuppoſé la ligne B A D traverſant le centre A, l'angle C A D eſt double de C B D, & D A E l'eſt de l'angle D B E, par le cas precedent.*



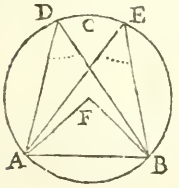
Enfin l'angle du centre F G H eſt auſſi double de l'angle



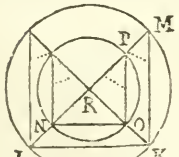
F I H, qui eſt à la circonference, car ſuppoſé la ligne I G N, l'angle N G H ſera double de l'angle N I H; & l'angle N G F le ſera de l'angle N I F; (par le premier cas) ſi donc vous ôtez l'angle N G F de l'angle N G H, & l'angle N I F de l'angle N I H; reſtera l'angle F G H double de l'angle F I H.

76.

Les angles qui ſont dans un même ſegment de cercle, ou dans des ſegments égaux ou ſemblables, ſont égaux.



Les angles A D B, A E B compris dans le même ſegment A C B ſont chacun moitié de l'angle du centre A F B, (par la precedente.) Donc ils ſont égaux (par la 6.) Et la même choſe eſt évidente à l'égard des angles qui ſont dans des ſegments égaux.

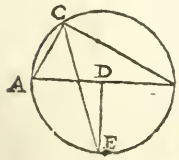


Mais ſuppoſé les deux cercles concentriques I K M, N O P; les arcs N O, I K; eſtans compris dans l'angle commun I R K, le premier eſt à ſon cercle, ce que le deuxiéme eſt au ſien: (par la 13.) Ainſi les ſegments décrits ſur les deux cordes I K, N O ſont ſemblables quoy qu'inégaux.

Or, que les angles qui ſont dans le grand ſegment I M K, comme ceux qui ſont dans le petit N P O, ſoient égaux; il eſt évident (par la 6) puiſque chacun de ces angles, eſt moitié de l'angle R qui eſt au centre.

77.

L'angle inſcrit dans le demicercle eſt droit.



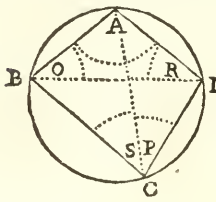
L'angle A C B eſt dans un demi cercle, je dis donc qu'il eſt droit & je le prouve. Que la ligne D E ſoit abaiſſée perpendiculairement du centre D, les angles au point D ſeront droits.

L'angle droit A D E eſt double de l'angle A E C; l'angle droit B D E, eſt auſſi

double de l'angle ECE (par l. 75.) Donc les angles ACE, BCE ſont chacun demi droit, & l'angle ACB qui en eſt compoſé eſt droit.

78.

Un quadrilatere inſcrit dans un cercle, a ſes angles oppoſez égaux à deux droits.

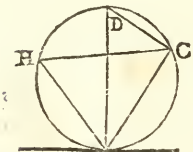


Que les angles oppoſez BAD, BCD du quadrilatere ABCD ſoient égaux à deux droits, Voicy comme on le démontre.

Suppoſé les lignes droites AC, BD, l'angle P eſt égal à l'angle O; & l'angle S, l'eſt à l'angle R (par la 76.) L'angle BAD, vaut deux angles droits avec les angles O, R (par la 29.) Donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux S, P, ou le ſeul BCD.

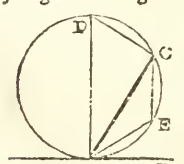
79.

La tangente & la ſecante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des ſegments alternes.



1. *Que la ligne GB, touche le cercle au point A, on prouve que l'angle BAC fait de la touchante AB & de la ſecante AC, eſt égal à l'angle du ſegment alterne AHC. Suppoſé le diametre AD, il ſera perpendiculaire à la touchante AB (ſuivant la 73.)*

L'angle ACD eſt droit, (par la 77) & l'angle DAC qui avec l'angle D vaut un droit (par la 29,) vaut auſſi un droit avec l'angle BAC; puiſque AD eſt perpendiculaire ſur AB: Donc l'angle BAC eſt égal à l'angle D (ſuivant la 7,) & par conſequent à l'angle H qui eſt égal à l'angle D (par la 76.)



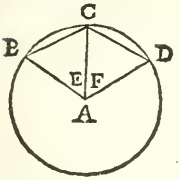
2. *Ie prouve que l'angle GAC, eſt auſſi égal à l'angle du ſegment alterne AEC.*

L'angle D avec l'angle E, vaut deux angles droits (par la 78) de même que l'angle BAC avec l'angle CAG (par la 18.) Les angles ADC, BAC, ſont égaux, nous venons de le prouver: donc les angles GAC, AEC, le ſont auſſi. 80.

80.

Les arcs égaux, ont des cordes égales.

Les arcs B C, C D, ſont ſuppoſez égaux, je dis donc que leurs cordes qui ſont les droites B C, C D ſont égales. Soit tiré du centre A les rayons A B, A C, A D.

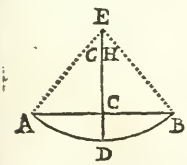


Puis que les arcs B C, C D ſont égaux, les angles E, F, faits au centre du cercle ſont égaux (par la 14.) Les rayons A B, A C, A D ſont auſſi égaux; Donc les triangles A B C, A C D ont les côtez égaux (par la 22) & (par la 24.) Les cordes B C, C D, ſont égales, ce qui eſtoit à prouver.

81.

Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même.

Si le point E eſtant le centre de l'arc A D B, le rayon D E coupe la corde A B en deux parties égales; je dis qu'il coupe auſſi l'arc en deux également en D, & je le fais voir.



Suppoſé les rayons A E, B E, les côtez du triangle A C E, ſont égaux aux côtez du triangle B C E; Les triangles A C E, B C E, ſont donc ſemblables (par la 23) & ont les angles G, H, égaux (par la 24.) Donc les arcs A D, B D qui ſont leurs meſures ſont égaux.

Il s'enſuit auſſi que

82.

La ligne qui coupe en deux également l'arc & ſa corde, eſt un rayon du cercle.

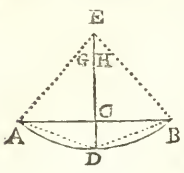
83.

La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, paſſe par le centre de l'arc.

Si la perpendiculaire C E coupe la corde A B en deux parties

égales, je dis qu'elle passe par le centre de l'arc AB. Tirez les droites A D, B D.

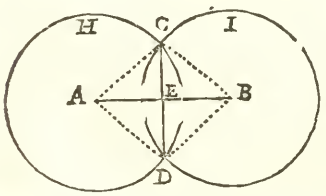
Les lignes AC, CB, estant égales; CD commune; les angles au point C, droits; les triangles ACD, BCD, sont égaux & semblables (par la 22,) ainsi les cordes AD, BD sont égales, & ont leurs arcs égaux (par la 80.) Donc l'arc ADB est coupé en deux parties égales, de même que sa corde AB, & la perpendiculaire DE passe par le centre de l'arc (suivant la 82.)



84.

Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonferences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre.

Que les points A, B, soient les centres des cercles égaux H, I; je prouve que la droite CD, coupe la droite AB en deux parties égales & à angles égaux.



Les triangles ACD, BCD, ont les côtez AC, AD, BC, BD, égaux, & CD commun; donc ils sont semblables (par la 23.) & leurs angles ACD, BCD, sont égaux (par la 24.) De plus les rayons AC, CB estant égaux, & la ligne CE commune aux angles égaux ACE, BCE; les triangles ACE, BCE sont aussi égaux en toutes leurs parties (par la 22.) Donc AE, EB sont égales; & les angles en E sont égaux (par la 24.) & droits (par la 9 du 1.)

Pour venir à la pratique, il faut d'abord avoir une Regle, un Compas, & un Rapporteur, qui est un demicercle de cuivre ou de corne, divisé en 180 degrez.

CHAPITRE TROISIE'ME.

PRATIQUE,
Des Lignes, des Angles, & des Figures.

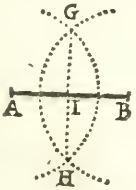
PROPOSITION I.

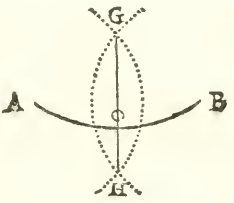
Couper une ligne droite en deux parties égales.

La ligne A B eſt propoſée pour eſtre coupée.

DEs points A & B comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui ſe coupent.

Par leurs coupes G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales. (*ſuivant la* 84 *du* 2.)





PROP. II.

Couper un Arc en deux également.

L'Arc A O B eſt propoſé.

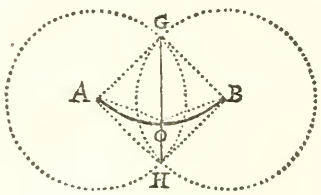
DEs points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui ſe coupent, & par leurs coupes G, H, menez la droite G H, elle coupera l'arc propoſé en deux également en O.

Que la droite G H coupe l'arc A B en deux également en O.

je le prouve. Tirez les droites AG, BG, BH, AH, AO, BO.

Les triangles GAH, GBH, ont le côté GH commun, & les côtez AG, BG ; AH, BH, égaux ; (par la 1. du 2) ainſi ces deux triangles ſont ſemblables (par la 23 du 2 ;) & (par la 24 du 2) leurs angles au point G ſont égaux.

Or les lignes AG, BG, eſtant égales, les angles AGO, BGO égaux, & la droite GO commune ; les triangles AGO, BGO ſont auſſi égaux & ſemblables (par la 22 du 2.) Donc les cordes AO, BO, ſont égales, & (par la 80 du 2) les arcs AO, BO, ſont égaux. Ce qui eſtoit à prouver.



PROP. III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

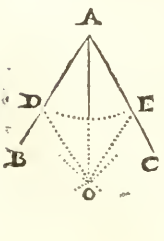
L'Angle BAC eſt propoſé.

DU point A, pris comme centre, décrivez à volonté l'arc DE.

Des points D, E, & d'une même ouverture de compas, décrivez les petits arcs qui ſe coupent en O.

Menez la ligne AO, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes DO, EO.



Les lignes AD, AE ſont égales ; DO, EO, le ſont auſſi (par la 1 du 2.) AO eſt commune aux deux triangles ADO, AEO ; & (par la 23 du 2,) ces triangles ſont ſemblables. (Par la 24 du 2,) leurs angles au point A, oppoſez aux côtez égaux DO, EO, ſont égaux. Donc l'angle propoſé eſt coupé en deux également.

PROP. IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

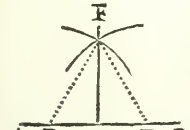
On veut élever au point C, une ligne perpendiculaire sur A B.

POsez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez comme il vous plaira, les parties égales C D, C E.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez C F, elle sera perpendiculaire sur A B.

Tirez D F, E F.



Les lignes C D, C E, sont égales; D F, E F, le sont aussi; C F, est commune; donc (par la 23 du 1,) les triangles C D F, C E F, sont semblables, & ont les angles au point C égaux & droits (par la 9 du 1.) Donc (suivant la 10 du 1) la ligne C F est perpendiculaire.

PROP. V.

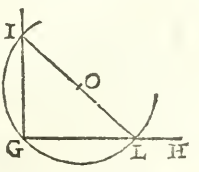
Elever une perpendiculaire à l'extremité d'une ligne.

La ligne droite G H estant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité G.

MArquez à volonté un point O, au dessus de G H,

De ce point, & de l'intervale O G, faites le demi cercle I G L.

Menez L O I, puis la requise G I.



L'angle I G L est décrit dans le demicercle I G L, donc il est droit (par la 77 du 2.)

PROP. VI.

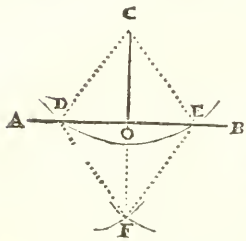
Abaiſſer une perpendiculaire ſur une ligne droite.

On veut abaiſſer du point C, une perpendiculaire ſur la droite A B.

METtez une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne A B, *par exemple*, en D, E.

De ces points D, E, faites la ſection F.

Menez la requiſe C O, vers le point F.



Suppoſé les lignes C D, C E, D F, E F, O F. Les triangles C D F, C E F ſont équiangles (par la 23 du 1,) & les angles au point C, ſont égaux (par la 24 du 1.) De plus les triangles O C D, O C E ſont auſſi équiangles eſtant ſemblables (par la 22 du 1;) car les lignes C D, C E, ſont égales; C O, eſt commune, & les angles au point C ſont égaux. Donc (par la 24 du 1) les angles C O D, C O E ſont égaux & droits, & la ligne C O eſt perpendiculaire. (ſuivant la 10 du 1.)

PROP. VII.

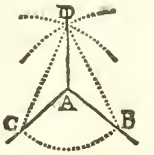
Elever ſur un angle rectiligne, une ligne droite qui faſſe des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A eſt propoſé.

DU point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc B C.

Des points B, C, faites la ſection D.

Tirez la demandée A D.



Les triangles A C D, A B D ſont équiangles (par la 23 du 1.) Donc les angles C A D, B A D ſont égaux.

PROP. VIII.

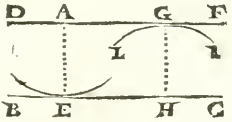
Par un point proposé, mener une ligne parallele à une autre.

On veut mener par le point A, une ligne qui soit parallele à la ligne BC.

DU point A, prenez avec le compas, la distance A E, en décrivant un arc qui rase la ligne BC.

De la même ouverture de compas & d'un autre point comme H pris à volonté dans la ligne BC, décrivez l'arc L I.

Menez la demandée DF, de maniere que passant par le point proposé A, elle touche l'arc I L, sans le couper.



Que la ligne DF soit parallele à la ligne BC, il est évident (*par la* 1 *du* 2.)

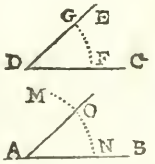
PROP. IX.

Faire un angle égal à un autre.

On veut faire sur la ligne AB, & au point A, un angle égal à l'angle CDE.

DE l'angle D, décrivez à la premiere ouverture de compas, l'arc FG.

De la même ouverture de compas, & du point A, décrivez aussi l'arc N M.



Coupez l'arc N O égal à l'arc FG.

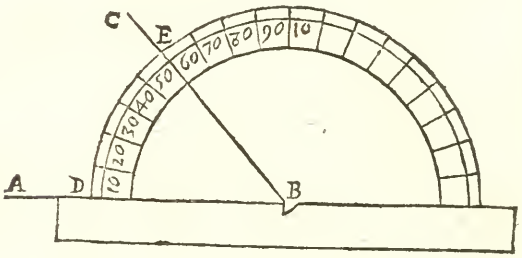
Menez AO, & l'angle BAO sera égal au proposé CDE (*suivant la* 14 *du* 2.)

PROP. X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un Rapporteur ou demi cercle.

L'angle A B C eſt propoſé à meſurer.

APpliquez ſur A B, la regle du Rapporteur, en ſorte que le centre du demicercle ſe trouve préciſément ſur la pointe de l'angle B, & le nombre des degrez qui ſe trouveront compris dans l'arc D E, ſera la valeur de l'angle A B C.



PROP. XI.

Faire un angle de tel nombre de degrez qu'on voudra, *par exemple*,

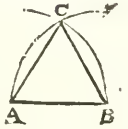
Soit propoſé de faire un angle de 50 degrez ſur A B, & au point B.

APpliquez le Rapporteur ou demicercle, comme je viens de dire dans la Propoſition precedente, & à 50 degrez, à compter du point D, marquez le point E; puis menez B E. qui fera l'angle demandé A B C.

PROP. XII.

Décrire un triangle équilateral sur une base donnée.

On propose pour base la ligne A B.



DEs points A & B, décrivez les arcs A C, B C.

Menez les droites A C, B C, & vous aurez le requis. (*par la* 1. *du* 2.)

PROP. XIII.

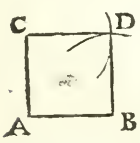
Construire un quarré sur une base donnée.

On propose pour base la ligne A B.

ELevez la perpendiculaire A C (*par la* 5,) & la coupez égale à A B.

Des points B & C, & de l'intervale A B, faites la section D.

Menez les lignes C D, B D, & vous aurez un quarré.



Les quatre côtez ont esté coupez égaux, & ils sont paralleles (par la 39 du 2.) L'angle A est fait droit, & son opposé D l'est aussi (par la 38 du 2.) De même, les angles B, C, sont égaux & droits, les quatre angles A, B, C, D, valant quatre droits (par la 35 du 2.) Donc (suivant la 27 du 1) C B est un quarré parfait.

PROP. XIV.

Inscrire un triangle équilateral dans un cercle.

Le cercle A F est proposé.

DU point A, pris à volonté dans la circonference, & de l'intervale du rayon A B, décrivez l'arc C B D.

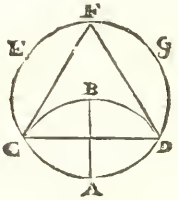
Menez la droite C D, elle ſera la baſe du triangle demandé.

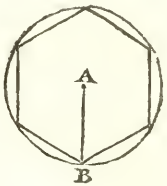
L'arc A C eſt une ſixiéme partie de la circonference (ſuivant la 74 du 2,) & le double C A D en eſt le tiers.

PROP. XV.

Inſcrire un Exagone regulier.

PRenez le demi diametre A B, il diviſera la circonference du cercle en ſix parties égales. (*ſuivant la 74. du 2.*)





PROP. XVI.

Inſcrire un Quarré.

TIrez par le centre O, le diametre B D.

Des points B, D, décrivez deux arcs F G, E H, qui ſe coupent.

Par leurs coupes ou ſections, menez la droite A C, qui paſſera par le centre O en faiſant quatre angle droits avec le diametre B D, (*ſuivant la 84 du 2.*)

Décrivez le quarré A B C D, il aura les quatre côtez égaux, & les quatre angles droits.

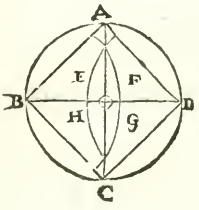
Les arcs A B, B C, C D, D A, ſont égaux (ſuivant la 14 du 2;) ainſi (par la 80 du 2) le quarré a ſes quatre côtez égaux; & ſes quatre angles ſont droits (par la 77 du 2.)

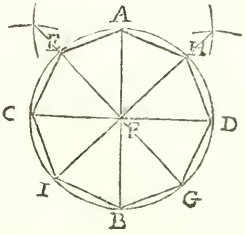
PROP. XVII.

Inſcrire un octogone regulier.

TIrez les diametres A B, C D, coupant le cercle en quatre parties égales (*par la precedente.*) Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la* 2,) & tirez les côtez de l'octogone A E C, &c.

L'égalité des côtez eſt évidente (*par la* 80 *du* 2) *& celle des angles* (*par la* 76 *du même* 2.)



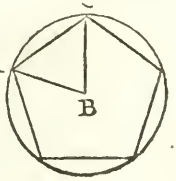


PROP. XVIII.

Inſcrire tel Poligone regulier qu'on voudra, par le moyen du Rapporteur.

On veut inſcrire un Pentagone dans le cercle A B C.

DIviſez le nombre des degrez du cercle entier par le nombre des côtez du poligone, c'eſt à dire, diviſez 360 par 5, & le quotien 72, ſera l'angle du centre A B C que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde A C, ſoit un des côtez du Pentagone demandé.



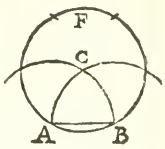
PROP. XIX.

Conſtruire un Exagone regulier ſur une baſe donnée.

La baſe A B eſt donnée.

DEs points A, B, décrivez les arcs B C, A C.

Du point C, faites le cercle A B F, il contiendra ſix fois A B (*ſuivant la* 74. *du* 2.)



PROP. XX.

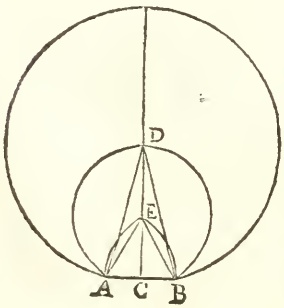
Décrire un Dodecagone regulier dont un des côtez eſt propoſé.

La droite A B eſt le côté propoſé.

DU milieu d'A B, élevez la perpendiculaire C D (*par la* 4.)

Du point B, décrivez l'arc A E, & du point E l'arc A D.

Le point D ſera le centre du Dodecagone.



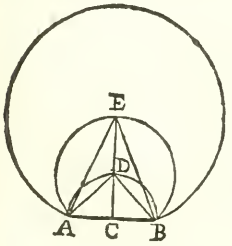
L'angle A D B eſt moitié de l'angle A E B (par la 75 *du* 2.) *A E B eſt l'angle du centre d'un Exagone (par la precedente.) Donc l'angle A D B eſt l'angle du centre d'un Dodecagone : car l'angle A E B eſtant de* 60 *degrez, l'angle A D B eſt de* 30 ; *& douze fois* 30, *font* 360, *valeur de toute la circonference du cercle.*

PROP. XXI.

Sur une baſe donnée décrire un Octogone.

La baſe A B eſt donnée.

COupez A B en deux au point C (*par la* 1.)
Elevez la perpendiculaire C E (*par la* 4.)
Du point C, décrivez le demicercle A D B.
Du point D, décrivez le cercle A E B, & du point E, le cercle demandé qui contiendra huit fois A B.



L'angle A D B eſt droit (par la 77 du 2) & l'angle A E B eſt demi-droit (ſuivant la 75 du 2.) L'angle droit vaut 90 degrez (ſuivant la 18 du 2;) & le demi droit 45, qui eſt la valeur de l'angle au centre d'un Octogone, huit fois 45 faiſant 360.

PROP. XXII.

Sur une baſe donnée décrire tel Poligone regulier qu'on voudra.

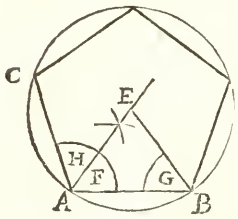
On veut faire un Pentagone regulier ſur la baſe A B.

DIviſez 360, par le nombre des côtez du Poligone à faire, c'eſt à dire par 5; & le quotien 72 ſera la valeur de l'angle, au centre d'un Pentagone, (*ſuivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, reſtera 108 pour angle de la figure B A C, que vous ferez par la Pratique 11.

Coupez cet angle B A C en deux, par la ligne A E (*prop.* 3.)

Faites l'angle A B E égal à l'angle B A E (*par l.* 9,) & le point E ſera le centre du cercle dans lequel vous ferez le Pentagone demandé.



Les angles F, G, ſont faits égaux : donc (par la 26 du 2) les lignes A E, B E ſont égales; & le cercle décrit du point E, & de l'intervale E A, paſſe par le point B. Cela connu, je n'ay qu'à faire voir comme l'angle A E B eſt de 72. degrez.

L'angle G qui eſt égal à l'angle F, eſt auſſi égal à l'angle H; Les deux angles H, F, ou le ſeul C A B a eſté fait de 108 *degrez; ainſi les deux F, G, valent* 108 *degrez; leſquels ſouſtraits de* 180 *que valent tous les trois angles du triangle A B E, (par la* 29 *du* 1 *) reſte* 72 *pour l'angle A E B.*

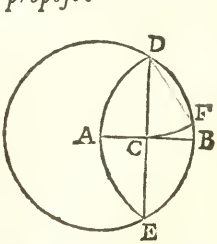
PROP. XXIII.

Inſcrire un Eptagone dans un cercle.

Le cercle B D E eſt propoſé.

MEnez le rayon A B, & du point B, décrivez l'arc D A E.

Tirez la droite D E, & ſa moitié C D ou ſon égale D F, ſera à peu prés la longueur d'un des côtez de l'Eptagone.



Nous voirons cette Propoſition & les deux ſuivantes au Chapitre 8.

PROP. XXIV.

Inſcrire un Eneagone.

MEnez le rayon A B.

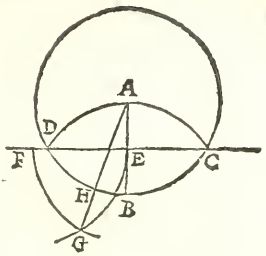
De l'extremité B, & de l'intervale B A, décrivez l'arc D A C.

Tirez la droite C D, & la prolongez vers F.

Coupez E F égale à A B.

Du point E, décrivez l'arc F G, & du point F, l'arc E G.

Menez A G, & l'arc D H, sera à peu prés la neuviéme partie de la circonference du cercle.



PROP. XXV.

Sur une base donnée, décrire un Eneagone regulier.

La ligne A B est une base proposée.

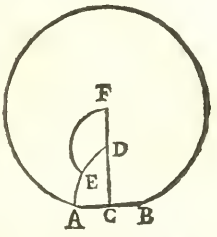
COupez A B en deux également au point C.

Elevez la perpendiculaire C F.

Du point B, décrivez l'arc A D.

Coupez l'arc A D en deux parties égales en E.

Du point D, décrivez l'arc E F; & le point F, sera à peu prés le centre de l'Eneagone.



PROP. XXVI.

Décrire un Triangle semblable & égal à un autre.

On veut faire un triangle égal & semblable au triangle A B C.

TIrez D E, égale à la base A B.

Du point D, & de l'intervale A C, décrivez l'arc L M.

Du point E, & de l'intervale B C, décrivez l'arc G H.

De la section F, menez les lignes D F, E F, & vous aurez le requis (*par la 23 du 2*)

PROP. XXVII.

Décrire sur une base donnée, un triangle semblable à un autre.

On propose à faire sur A B, un triangle semblable au triangle C D E.

FAites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la 9.*) Le troisiéme F sera égal au troisiéme E (*par la 31 du 2,*) & (*par la 55 du 2*) les deux triangles seront semblables.

PROP. XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre.

On veut faire une figure comme la proposée O.

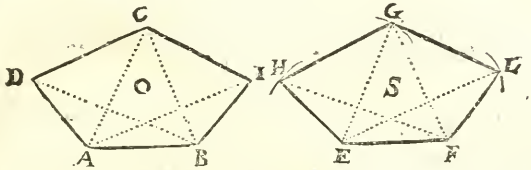
TIrez E F égale à la base A B.

Faites le triangle E F H semblable au triangle A B D (*par la 26.*)

Faites

Faites de même, le triangle E F G, ſemblable au triangle A B C, & tirez G H.

Enfin, faites le triangle E F L ſemblable au triangle A B I, & ayant tiré G L, la figure S, ſera égale & ſemblable à la figure O.



Les triangles E F H, E F G, ſont faits égaux & ſemblables aux triangles A B D, A B C; ainſi ôtant des angles égaux D A B, H E F, les égaux B A C, F E G; les angles D A C, H E G, reſtent égaux; & puiſque les côtez A D, A C ſont égaux aux côtez E H, E G, les triangles A D C, E H G ſont auſſi égaux & ſemblables (*par la 22 du 2.*)

Par la même raiſon les triangles A C I, B I C, ſont égaux & ſemblables aux triangles E G L, F L G. Donc les figures O, S ſont égales & ſemblables, (*par la 68 du 2.*)

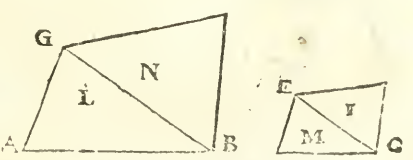
PROP. XXIX.

Décrire ſur une baſe donnée, une figure ſemblable à une autre.

On veut faire ſur A B une figure ſemblable à la figure M I.

MEnez la diagonale C E, & faites ſur la baſe A B, le triangle L ſemblable au triangle M (*par la 27.*)

Faites auſſi ſur B G, le triangle N, ſemblable au triangle I. Et le quadrilatere L N ſera ſemblable au quadrilatere M I (*par la 68 du 2.*)

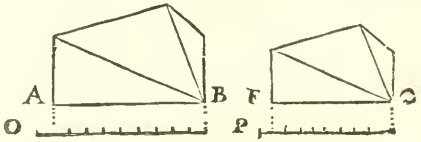


PROP. XXX.

Conſtruire une figure ſemblable à une autre, par le moyen d'une échelle.

On veut faire avec l'échelle O, une figure ſemblable à la figure F C, qui a eſté meſurée par l'échelle P.

LA baſe F C contient 9 parties de ſon échelle P. Prenez auſſi 9 parties ſur l'échelle O, & les donnez à la baſe A B, ainſi du reſte (*ſuivant la* 28.)



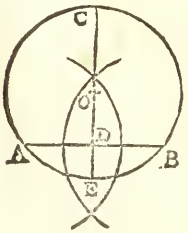
PROP. XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

On propoſe de trouver le centre du cercle A B C.

TIrez comme il vous plaira la droite A B, & la coupez en deux également par la perpendiculaire C E (*ſuivant la* 1.)

Coupez C E auſſi en deux parties égales, & le milieu O, ſera le centre du cercle.



La perpendiculaire C E paſſe par le centre du cercle (ſuivant la 83 du 2,) & le centre ne peut eſtre ailleurs qu'au point O, milieu de cette ligne.

PROP. XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

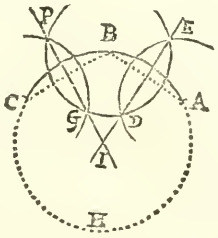
L'arc A B C est le commencement d'un cercle qu'il faut achever.

POsez dans l'arc proposé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B, C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en D, E, & menez la droite D E.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs sections P, G, menez la droite P G.

Du point I où se coupent les droites P G, D E, & de l'intervale I A, achevez le cercle commencé.



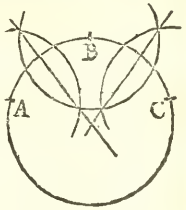
Supposé les droites A B, B C, elles sont coupées chacune en deux également & à angles droits par les droites P I, E I (suivant la 84 du 2;) ces lignes P I, E I passent chacune par le centre de l'arc A B C (par la 83 du 2.) Donc le centre est au point commun I, & l'arc A H C qui en est décrit, fait un cercle parfait avec l'arc A B C.

PROP. XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, sont proposez, par lesquels une ligne droite ne peut estre menée.

CHerchez le centre de ces points par la precedente.



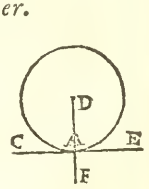
PROP. XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, une ligne qui touche le cercle sans le couper.

DU centre du cercle, menez D F par le point A.

Elevez la perpendiculaire A E, sur D F, elle sera la touchante demandée, (*suivant la 72 du 2*)

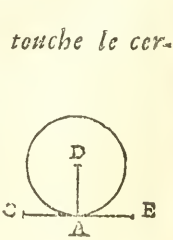


PROP. XXXV.

Trouver le point où un cercle est touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite C E, touche le cercle qui est dessus.

DU centre du cercle D, abaissez sur C E, la perpendiculaire D A (*par la 6*;) & le point A sera le demandé. (*Voyez la 73. du 2.*)



PROP. XXXVI.

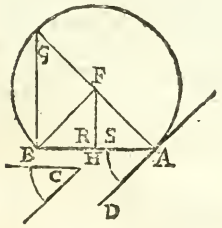
Décrire sur une ligne droite, un segment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

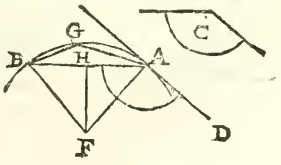
On veut décrire sur la droite, A B, un segment de cercle qui puisse comprendre un angle égal à l'angle C.

FAites l'angle B A D égal à l'angle C. (*prop.* 9.)
Elevez sur A D, la perpendiculaire A G. (*prop.* 4, *ou* 5)

Coupez A B en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire H F.

Du point F, décrivez l'arc A G B, & menez B G. Je dis que l'angle G, compris dans le segment A B G est égal au donné C. *Tirez B F.*





Premierement, les triangles H B F, H A F, ont le côté F H commun ; les bases B H, H A, égales & les angles d'entre deux égaux puisqu'ils sont droits : donc (par la 22 du 2) F A, F B, sont égales ; le cercle décrit du point F, & de l'intervale F A passe par le point B, & le segment A G B est décrit sur A B.

2. *La ligne A D touche le cercle au point A (par la 73 du 2 ;) & (suivant la 79 du 2) l'angle G est égal à l'angle B A D, & par conséquent à l'angle C.*

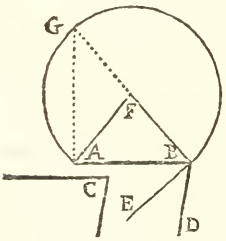
PROP. XXXVII.

Décrire sur une ligne, un Poligone regulier dont l'angle du centre est donné.

L'angle C, est l'angle du centre d'un Pentagone qu'on veut faire sur la ligne A B.

FAites l'angle A B D, égal au donné C (*prop.* 9.)
Coupez cet angle en deux par la ligne B E (*prop.* 3.)
Elevez sur B E, la perpendiculaire B F (*prop.* 5.)
Faites l'angle A égal à l'angle B.
Du Point F, décrivez le cercle A B G, il contiendra cinq fois la ligne A B.

Pour le prouver je n'ay qu'à faire voir que l'angle du centre A F B est égal au proposé C.



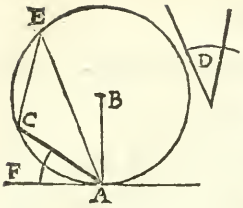
Supposé l'angle G, il est moitié de l'angle F, (par la 75 du 2.) L'angle A B E est aussi moitié de l'angle A B D par la construction; ces angles G, & A B E sont égaux (par la 79. du 2.) Donc l'angle F, est égal à l'angle A B D, & par consequent à l'angle C, auquel A B D est fait égal.

PROP. XXXVIII.

Couper d'un cercle, un segment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, un segment capable d'un angle égal à l'angle D.

TIrez le rayon A B, & la perpendiculaire A F.
Faites l'angle F A C égal à l'angle D, & le segment A E C sera le demandé.



Ayant pris un point à volonté dans l'arc A E C, par exemple le point E, ſi vous faites l'angle A E C, il ſera égal à l'angle C A F, (ſuivant la 79 du 2) & par conſequent au donné D.

PROP. XXXIX.

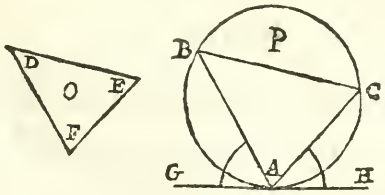
Inſcrire dans un cercle, un triangle ſemblable à un autre.

On propoſe d'inſcrire dans le cercle P, un triangle ſemblable au triangle O.

PAr un point comme A, menez la touchante G H (*prop.* 34.)

Faites l'angle G A B égal à l'angle E, & l'angle H A C égal à l'angle D.

Tirez la droite B C, & le triangle A B C ſera ſemblable au triangle O.



L'angle C eſt égal à l'angle B A G ou E ; l'angle B l'eſt à l'angle C A H ou D, (par la 79 du 2.) Et l'angle A l'eſt à l'angle F (par la 31 du 2.) Donc le triangle inſcrit eſt ſemblable au propoſé O (par la 55 du 2.)

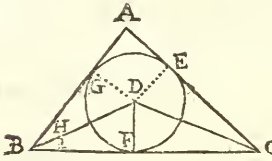
PROP. XL.

Inſcrire un cercle dans un triangle.

Le triangle A B C eſt propoſé.

COupez les angles A B C, A C B chacun en deux également tirant les lignes B D, C D, (*prop.* 3.)

De la ſection D, abaiſſez la perpendiculaire D F (*prop.* 6.) elle ſera le rayon du cercle. *Tirez D G, perpendiculaire ſur A B, & D E perpendiculaire ſur A C.*



Dans les triangles B D G, B D F, les angles G, F, ſont égaux puiſqu'ils ſont droits; les angles H, I ſont auſſi égaux, l'angle G B F eſtant coupé en deux également; le côté B D eſt commun: Donc (par la 34 du 2.) ces triangles ſont égaux en toutes leurs parties, & D G eſt égal à D F (par la 24 du 2.)

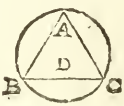
Par la même raiſon D E eſt égal à D F: Donc le cercle décrit du point D, & de l'intervale D F, paſſe par les points G, E, & touche les trois côtez du triangle ſans les couper (par la 72 du 2.)

PROP. XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Le triangle D eſt propoſé.

CHerchez le centre des trois points A, B, C, (*prop.* 33.)



PROP. XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle semblable à un triangle donné.

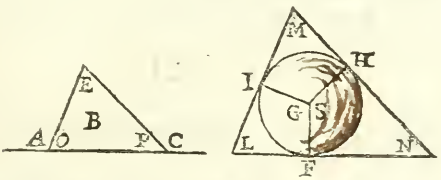
On propose de faire autour du cercle F I H, un triangle semblable au triangle B.

COntinuez la base A C de part & d'autre.

Menez le rayon G F, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites aussi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes L M, M N, L N, (*prop.* 34.) elles feront le triangle demandé.



Les angles du quadrilatere F S H N sont égaux à quatre droits (par la 35 du 2) les angles S F N, S H N, sont faits droits; donc les opposez S, N, pris ensemble valent deux droits.

Les angles P, C, sont aussi égaux à deux droits (par la 18 du 2) & l'angle S est fait égal à l'angle C. Donc l'angle N est égal à l'angle P.

Par la même raison, l'angle L est égal à l'angle O; & l'angle M l'est à l'angle E, (par la 31 du 2.) Donc (par la 55 du 2) le triangle L M N est semblable au triangle B.

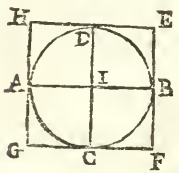
PROP. XLIII.

Autour d'un cercle circonscrire un quarré.

Le cercle A B C est proposé.

TIrez les diametres A B, C D, se coupant à angles droits.

Par les points A, B, C, D, menez HE, GF, EF, GH, paralleles aux diametres AB, CD, (*prop.* 8,) & vous aurez le quarré demandé ayant ſes côtez égaux, ſes angles droits, & touchant de ſes quatre côtez, le cercle donné ſans le couper en aucun endroit.



Les côtez EH, GF, ſont égaux au diametre AB; EF, GH, le ſont au diametre CD, (par la 38 du 2,) les diametres ſont égaux: donc les quatre côtez du quarré ſont égaux.

Les angles au centre I ſont droits, & leurs oppoſez E, F, G, H, le ſont auſſi (par la 38 du 2.)

L'angle HDI eſt droit comme ſon alterne I (par la 20 du 2.) Donc EH touche le cercle ſans le couper (ſuivant la 72 du 2.) La même demonſtration ſe fera des autres côtez.

PROP. XLIV.

Autour d'un cercle circonſcrire un Poligone regulier.

On propoſe de faire un Pentagone regulier autour du cercle ABD.

DEcrivez dans le cercle un Pentagone ACD, (*prop.* 18.)

Coupez AB en deux tirant le rayon FH.

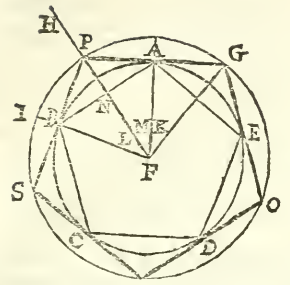
Menez AP perpendiculaire ſur AF (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle POS, & continuez PA juſqu'en G.

La droite PG ſera un des côtez du Pentagone demandé.

Les triangles NAF, NBF, ont leurs côtez égaux, ainſi ils ſont ſemblables (par la 23 du 2,) & leurs angles L, M, ſont égaux (par la 24 du 2.)

Dans les triangles AFP, AFG, les angles au point A ſont droits, le côté AF eſt commun, & les côtez FP, FG,



ſont coupez égaux ; Donc A P, A G, le ſont auſſi (par la 22 du 2.) & l'angle K eſt égal à l'angle M, & par conſequent à l'angle L.

Les trois angles au centre F eſtant égaux, l'angle P F G compoſé de deux eſt égal à l'angle B F A auſſi compoſé de deux ; & l'arc P G eſt la cinquiéme partie de ſon cercle, comme l'arc A B eſt la cinquiéme partie du ſien (par la 13 du 2 ;) le reſte eſt évident.

PROP. XLV.

Diviſer une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviſer la ligne A B en trois parties égales.

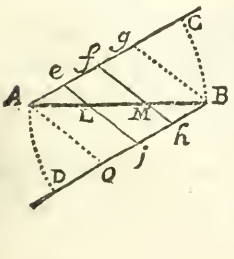
DU point A, décrivez l'arc B C, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez auſſi l'arc A D, & le coupez égal à l'arc B C.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez ſur A C, trois parties égales A e f g.

De la même ouverture de compas & du point B, portez auſſi ſur B D les trois parties B h j o.

Menez les lignes f h, e j, elles diviſeront A B comme il eſt demandé.



Nous avons fait les angles alternes C A B, D B A, égaux, ainſi (par la 21 du 2) les lignes A C, B D ſont paralleles ; A e, O j, ſont donc égales & paralleles ; & A O, e j, qui les conjoignent ſont auſſi paralleles (ſuivant la 36 du 2.) La même demonſtration ſe fera des lignes e j, f h, g B.

Les lignes Bg, Mf, Le, eſtant paralleles, AB eſt diviſée comme Ag, (ſuivant la 51 du 2,) les parties d'Ag, ſont coupées égales. Donc les parties d'AB, le ſont auſſi.

PROP. XLVI.

Autre maniere de diviſer une ligne.

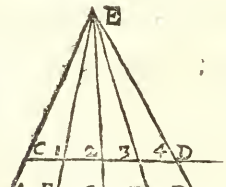
On veut diviſer AB en quatre parties égales.

MEnez la ligne CD parallele à AB.

Du point C, & à la premiere ouverture de compas, portez ſur CD, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez AC, BD, & les continuez juſqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les diviſions 1, 2, 3, elles diviſeront AB, en quatre parties égales.



Les lignes CD, AB, eſtant paralleles, les triangles CDE, ABE, ſont ſemblables (par la 57 du 2) & ſont diviſez l'un comme l'autre par des triangles ſemblables (ſuivant la même 57) les baſes des triangles ſur CD, ſont coupées égales: Donc (ſuivant la 70 du 2) les baſes des triangles ſur AB ſont auſſi égales: Donc AB eſt diviſée comme CD en quatre parties égales.

PROP. XLVII.

Faire diverſes Echelles ſemblables ſur des longueurs inégales.

On veut faire trois Echelles chacune de ſoixante parties égales, la premiere de la longueur D, la deuxiéme de la longueur E, & la troiſiéme de la longueur G.

TIrez une ligne AO de telle longueur qu'il vous plaira.

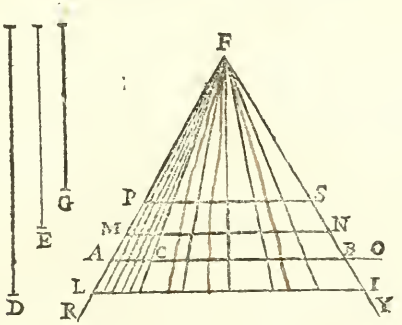
Portez sur cette ligne A O, & à la premiere ouverture de compas, dix petites parties égales A C.

Portez A C, six fois sur la même ligne A O, & sur ces six parties A B, faites le triangle équilateral A B F (*prop.* 12.)

Prolongez F A vers R, & F B, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les divisions d'A B.

Enfin, coupez F L, F I, égales à D; F M, F N, égales à E; F P, F S égales à G; & les lignes L I, M N, P S seront les échelles demandées.



Le triangle A B F est fait équilateral, & le triangle L I F, luy est semblable (par la 58 du 2.) Donc comme A B est égal à A F, aussi L I est égale à L F ou D: & cette ligne L I est divisée comme A B, (suivant la precedente) ainsi des autres.

PROP. XLVIII.

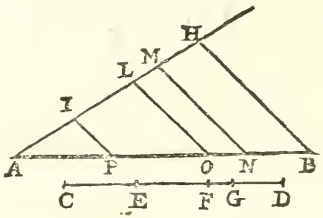
Diviser une ligne en plusieurs parties qui soient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne, *par exemple*,

On veut diviser A B en quatre parties qui soient entr'elles comme les quatre parties de la ligne C D.

MEnez comme vous voudrez la ligne A H, faisant un angle avec A B.

Coupez les parties AILMH, égales aux parties CEFGD.

Tirez BH, ſes paralleles MN, LO, IP, & AB ſera diviſée comme AH ou CD ſon égale (*ſuivant la* 51 *du* 2.)



PROP. XLIX.

A deux lignes données, trouver une troiſiéme proportionnelle.

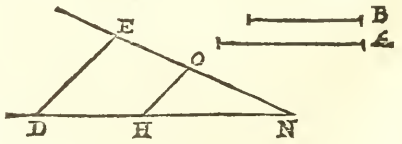
On demande une ligne qui ſoit à la ligne B, comme la ligne B, eſt à la ligne A.

FAites comme il vous plaira, l'angle DNE.

Coupez NH égale à la ligne A, & NO égale à la ligne B.

Coupez encore DH égale à NO, & menez DE parallele à HO.

La ligne EO ſera la troiſiéme demandée.



Les lignes DE, HO eſtant paralleles, il y a même raiſon d'NH à DH, ou d'A à B leurs égales; que d'NO ou B ſon égale à OE. (par la 51 *du* 2.)

PROP. L.

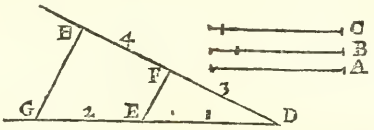
A trois lignes données trouver une quatriéme proportionnelle.

On propoſe les lignes A, B, C, auſquelles il faut trouver une quatriéme proportionnelle.

FAites à volonté l'angle G D H.

Coupez D E égale à A, E G égale à B, & D F égale à C.

Menez G H, parallele à E F, & F H ſera la demandée.



Il y a même raiſon de D E ou A ſon égale, à E G ou B ſon égale, que de D F ou ſon égale C à F H. (*ſuivant la 51 du 2.*)

PROP. LI.

Trouver une moyenne proportionnelle.

On veut avoir une moyenne proportionnelle entre les lignes A & B.

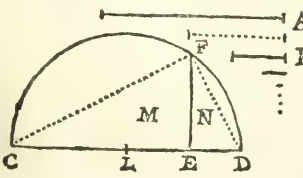
TIrez une ligne droite C D.

Coupez C E, E D, égales auxs donnée A & B.

Diviſez C D en deux également en L.

De ce point L, décrivez le demicercle C F D.

La perpendiculaire E F ſera la moyenne demandée. *Tirez C F, D F.*



L'angle C F D eſt droit (*par la 77 du 2;*) *&* (*par la 56 du 2*) *les triangles M, N, ſont équiangles; ainſi, dans le premier triangle, le moyen côté C E eſt au petit E F, comme dans le ſecond trian-*

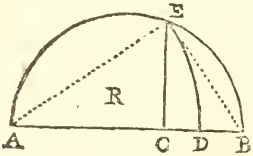
gle, le moyen côté EF eſt au petit ED (par la 53 du 2.) la ligne EF eſt donc moyenne proportionnelle entre les extrémes CE, ED ou leurs égaux A, B.

PROP. LII.

Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrémes AB, AC.

DEcrivez le demicercle AEB.
Elevez la perpendiculaire CE.
La ligne AE ou ſon égale AD ſera moyenne proportionnelle entre les propoſées AB, AC.



Le triangle ABE eſt rectangle (par la 77 du 2.) Et le triangle ACE, luy eſt ſemblable (par la 56 du 2,) AC eſt donc à AE, dans le triangle R, comme AE à AB dans le triangle AEB (par la 53 du 2;) ainſi, comme AC à AE, AE ou ſon égale AD à AB.

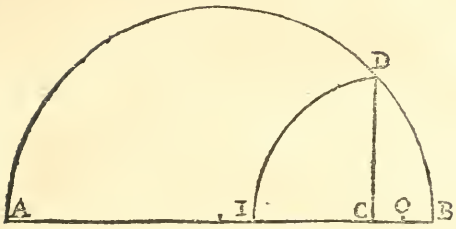
PROP. LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui ſoit moyenne proportionnelle entre le reſte & une autre ligne.

On veut couper de la ligne AC, une partie CI, qui ſoit moyenne entre le reſte AI, & la ligne CB.

DEcrivez ſur la droite ACE le demicercle ADB.
Elevez la perpendiculaire CD.
Coupez BC en deux au point O.
De ce point O, décrivez l'arc DI.
La ligne CI ſera moyenne proportionnelle entre AI & CB.

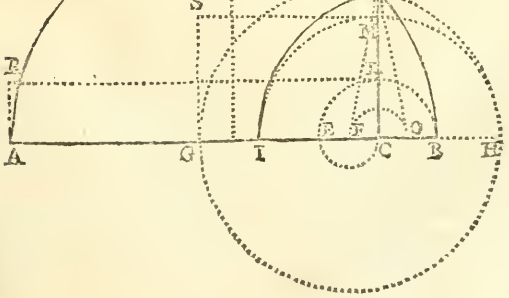
Coupez



Coupez C F, C E, égales à C O, C B; C H à C I; & F G à F H; puis faites les rectangles A C L R, G C M S, & le quarré C P.

La ligne F H, eſt égale à O I, & O I eſt coupée égale à O D, ainſi F H eſt auſſi égale à F D; & le cercle décrit du centre F, & de l'interva le F H, paſſe par le point D.

La ligne C D eſt moyenne proportionnelle entre A C & C B, de même qu'entre G C & C H, (par la 51) ainſi le quarré C P, eſt égal au rectangle C S compris ſous les extrémes G C, C H; de même qu'au rectangle C R compris ſous les extrémes A C, C B (par la 64 du 2.) Donc (par la 3 du 2) les rectangles C S, C R ſont égaux & A C eſt à C M ou ſon égale C I, comme C G à C L ou C E ſon égale (par la 63 du 2.) De plus A I eſt à I C, comme G E à E C ou ſon égale C B (par la 12 du 2.) Or G E eſt égale à I C, car I C, l'eſt à C H, comme C H l'eſt à E G; Donc comme A I à I C, I C à C E.



PROP. LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres propoſées, tellement que les quatre ſoient en proportion continuée.

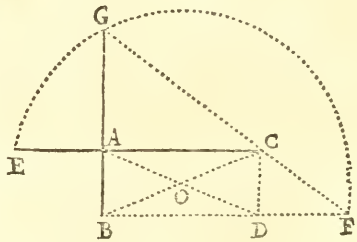
On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes A C, A B.

FAites le rectangle A B C D, & continuez A C vers E, A B vers G, & B D vers F.

Tirez les diagonales A D, B C.

Du point O décrivez le demicercle E G F, de maniere qu'une ligne droite menée par les ſections G, F, touche l'angle C.

Les lignes A G, A E, ſeront les moyennes demandées.



Tirez les lignes O E, O F, E G, B E.

Les triangles rectangles A B D, B D C ont les côtez A B, C D égaux & une même baſe B D; donc ils ſont ſemblables (par la 22 du 2;) & l'angle O B D eſt égal à l'angle O D B (par la 24 du 2.) Donc (par la 26 du 2) le triangle B D O, eſt iſocele & ſes côtez B O, D O ſont égaux.

Par la même raiſon les triangles A B C, A B D ſont encore ſemblables; leurs angles A B C, B A D ſont égaux; le triangle A B O, eſt iſocele; & B O eſt égale à A O de même qu'à D O.

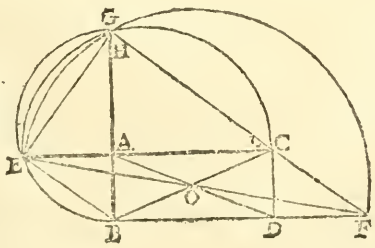
Les lignes A O, D O sont donc égales; O E, O F, le sont aussi étant des rayons du cercle E G F; & la diagonale A D tombant sur les paralleles E C, B F, fait les angles alternes E A O, O D F égaux (par la 20 du 2.) Donc (par la 22 du 2) les triangles O A E, O D F sont égaux & semblables, & leurs angles au point O, estant égaux, O E, O F (par la 29 du 2) ne font qu'une ligne droite qui est le diametre du demicercle E G F.

L'angle E G F est droit (par la 77 du 2;) & si vous décrivez un demicercle sur C E, il passera par le point G; Donc les triangles A C G, A G E sont équiangles (suivant la 56 du 2,) & (par la 51) la perpendiculaire A G est moyenne proportionnelle entre les lignes A C, A E.

Les lignes D C, D F qui sont paralleles aux lignes A G, A C font les angles D C F, D F C égaux aux angles A G C, A C G (par la 15 du 2;) ainsi le triangle D C F est semblable au triangle A C G (par la 31 du 2.)

Les triangles O A E, O D F sont prouvez égaux & semblables; donc A E, D F, sont égales; A B, D C, le sont aussi (par la 38 du 2; (& les angles E A B, C D F, estant droits, le triangle E A B est semblable au triangle C D F (par la 22 du 2) & par consequent aux triangles G A C, E A G, ceux-cy ayant esté prouvez semblables au triangle C D F

L'angle B E G est donc droit, car il est composé des angles B E A, A E G égaux aux angles E G A, A G C qui font l'angle droit E G C. Donc la ligne A E est moyenne entre A B, & A G; de même qu'A G l'est entre A E, & A C, (par la 51.) Donc comme A B, à A E; A E, à A G; & A G, à A C.



PROP. LV.

Décrire une Ovale sur une longueur donnée.

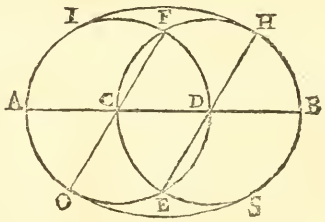
La ligne AB est la longueur d'une Ovale à faire.

DIvisez AB en trois parties égales ACDB.

Des points C, D, décrivez les cercles AID, CHB.

Menez les droites FCO, EDH.

Du point E, décrivez l'arc HI, & l'arc OS du point F.



PROP. LVI.

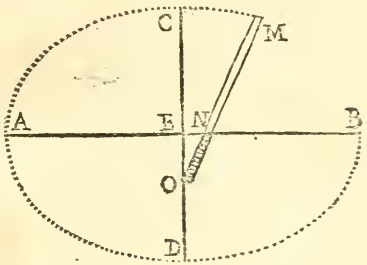
Décrire une Ovale sur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une Ovale qui ait pour diametres les lignes AB, CD qui se coupent également l'une l'autre & à angles égaux.

AYez une Regle MO égale au grand rayon AE, sur laquelle marquez la longueur MN, égale au petit rayon CE.

Conduisez cette regle sur les diametres AB, CD, tellement que le point N coulant sur AB,

l'extremité O, n'abandonne point CD, & l'extremité M, décrira l'ovale demandée.



PROP. LVII.

Trouver le grand & le petit diametre d'une Ovale.

L'Ovale AB, CD eſt propoſée.

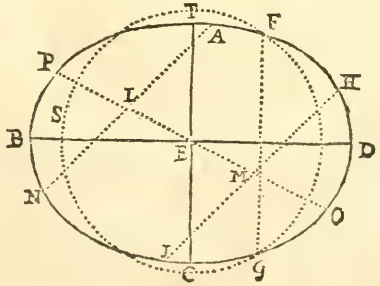
MEnez comme il vous plaira les deux paralleles N A, I H.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite P O.

Diviſez auſſi la droite P O, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle S G F, coupant la circonference de l'ovale en quatre points.

Menez F G, & ſa parallele T E C, qui ſera le petit diametre, puis tirez le grand diametre B E D, coupant le petit par des angles droits.



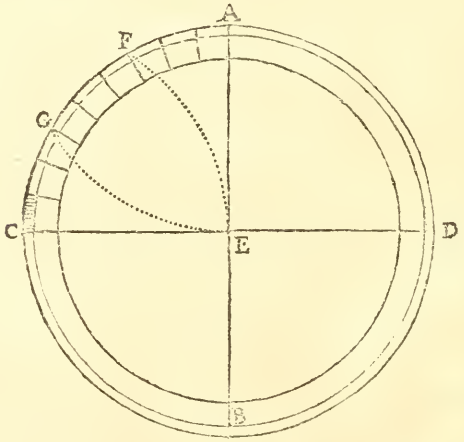
PROP. LVIII.

Diviſer la circonference d'un Cercle en 360 degrez.

Le Cercle A eſt propoſé.

MEnez les diametres AB, CD ſe coupant à angles droits en E, & la circonference ſe trouvera diviſée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrez.

Des points A & C, décrivez les arcs EG, EF, qui diviſeront le quart de cercle AC, en trois parties chacune de 30. degrez.



Le quart de cercle AC eſtant de 90 degrez, & les arcs AG, CF, chacun de 60 (ſuivant la 74 du 2;) il s'enſuit que les ſupplements CG, AF, ſont chacun de 30; Or deux fois 30, ſouſtraits de 90, reſte auſſi 30 pour l'arc GF.

Diviſez ces trois arcs égaux CGFA, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainſi des trois autres quarts de circonference.

PROP. LIX.

Diviſer le contour d'un plan en pluſieurs parties égales.

On propoſe de diviſer le contour du plan H, en huit parties égales.

PRolongez la baſe A B de part & d'autre.

Prolongez auſſi A F vers N, B C vers L, & C D vers M.

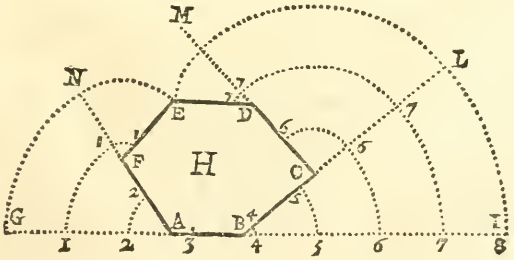
Coupez F N égale à F E, & A G égale à A N.

Coupez de même D M, égale à D E; C L égale à C M; B I égale à B L; & la ligne G I ſera égale au contour du plan.

Diviſez G I en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 11, 22, paralleles à l'arc G N, & du point F, l'arc 11 parallele à l'arc N E, ainſi du reſte.

Les points 1, 2, 3, &c. qui ſe trouveront dans les côtez du plan, feront la diviſion demandée.



PROP. LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

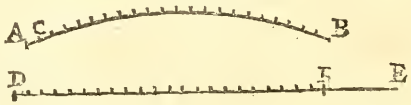
On veut avoir une ligne droite égale à la courbe A B.

TIrez la ligne droite & indéterminée D E.

Prenez de la proposée A B, une partie A C, ſi petite que la courbure de la ligne y ſoit imperceptible.

Portez cette petite partie ſur A B, autant de fois qu'elle y pourra eſtre compriſe, par exemple 22, fois.

Portez autant de ces petites parties ſur D E, leſquelles ſe terminant en F, vous aurez la droite D F, aſſez préciſément égale à la courbe A B.

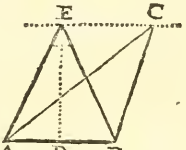


CHAPITRE QUATRIE'ME.

Reduction ou Transfiguration des Plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle ſcalene A B C, faire un triangle iſocele, ou ce qui eſt même choſe, décrire un triangle iſocele égal au ſcalene propoſé.



COupez la baſe A B en deux également en D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C E parallele à la baſe A B.

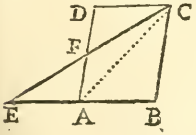
Tirez E A, E B, vous aurez le triangle iſocelle A B E pour le propoſé A B C; *ſuivant la 42 du 2.*)

PROP. II.

Réduire en triangle, le parallelogramme B D.

COntinuez A B, & coupez A E égale à A B.

Menez C E, & le parallelogramme ſera réduit en triangle, ou pour mieux dire le triangle B C E ſera fait égal au parallelogramme B D.



Le parallelogramme B D eſt coupé en deux triangles égaux par la diagonale A C (ſuivant la 37 du 2,) le triangle A E C eſt égal au triangle A B C (par la 43 du 2 ;) Donc il eſt auſſi égal au triangle A C D : & ôtant le commun A C F, reſte le triangle A E F égal au retranché C D F. Donc le triangle B C E eſt égal au parallelogramme B D.

PROP. III.

Réduire le triangle A B C en parallelogramme.

COupez la baſe A B en deux également en D.
Menez C D, & ſa parallele B E.
Tirez encore C E parallele à A B.
Le parallelogramme D E, ſera égal au triangle A B C.

Le triangle G eſt égal au triangle F (par la 43 du 2 ;) il eſt auſſi égal au triangle H (par la 37 du 2.) Donc les triangles F, H, ſont égaux (par la 3 du 2,) & mettant le triangle H pour ſon égal F, le parallelogramme D E eſt égal au triangle A B C.

PROP. IV.

Faire un parallelogramme du triangle A B C, ſans changer l'angle A.

COupez A C en deux également en M.
Tirez M O parallele à A B & B O parallele à A C.
Le parallelogramme A O ſera égal au triangle A B C.

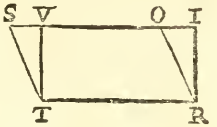
Les lignes A M, M C, ſont coupées égales : B O eſt égale à A M (par la 38 du 2 :) donc B O, M C, ſont auſſi égales, & eſtant paralleles, le triangle D eſt égal au triangle E (par la 59 du 2.) Donc le parallelogramme A O eſt égal au triangle A B C.

PROP. V.

Faire un rectangle du parallelogramme STRO.

ELevez TV perpendiculaire sur TR.

Coupez VI égale à TR, & le rectangle IVTR sera égal au parallelogramme OSTR (*par la* 40 *du* 2.)



PROP. VI.

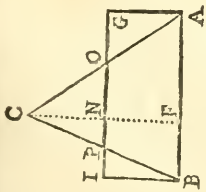
Décrire un Rectangle égal au triangle ABC.

ABaissez la perpendiculaire CF, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne GI parallele à AB.

Coupez NG égale à FA, & NI égale à FB.

Menez BI, AG, & ABIG sera le rectangle demandé égal au triangle donné.



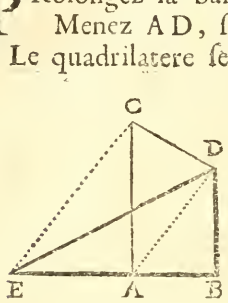
La ligne NG est coupée égale à sa parallele FA; & (par la 36 *du* 2.) *AG est égale & parallele à NF comme aussi à son égale NC. Donc (par la* 59 *du* 2.) *le triangle AGO, est égal au triangle CNO. Par la même raison, le triangle BIP est égal au triangle CPN.*

Les lignes IG, AB estant égales & paralleles, BI, AG sont aussi paralleles (par la 36 *du* 2.) *& le parallelogramme ABIG est rectangle, car les angles au point F estant droits, leurs opposez I, G sont droits, & les opposez à ceux-cy, GAB, ABI le sont aussi (par la* 38 *du* 2.)

PROP. VII.

Réduire en triangle, le quadrilatere A B C D.

PRolongez la baſe A B vers E.
Menez A D, ſa parallele C E & la ligne D E.
Le quadrilatere ſera reduit en triangle B D E.

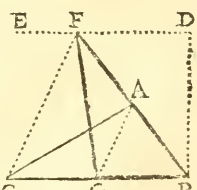


Les triangles A D C, A D E ont une même baſe A D, & ſont entre les mêmes paralleles A D, C E; donc ils ſont égaux (par la 42 du 2) & leur ajoûtant le triangle commun A B D, le triangle B D E eſt égal au quadrilatere A B C D (ſuivant la 4 du 2.)

PROP. VIII.

Donner au triangle A B C, la hauteur B D.

MEnez D E parallele à la baſe B C.
Continuez un des côtez comme A B, juſqu'en F.
Tirez C F, ſa parallele A G, & la ligne F G.



Si vous mettez le triangle A G F, pour A G C qui luy eſt égal (*par la 42 du 2*,) le triangle B G F ſera égal au donné A B C, & de la hauteur propoſée B D.

PROP. IX.

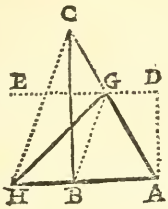
Abaiſſer le triangle A B C à la hauteur A D.

MEnez D E, parallele à A B.
De l'une des ſections comme G, tirez B G.

Continuez la baſe A B vers H.

Menez C H parallele à B G.

Tirez G H, & mettez le triangle B G H pour ſon égal B G C.



PROP. X.

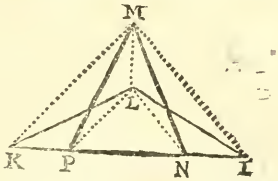
Hauſſer le triangle I K L, juſqu'au point M.

MEnez les lignes L M, M K, M I.

Tirez L P parallele à K M, puis menez P M.

Conduiſez auſſi L N parallele à M I, & menez M N.

Si vous donnez le triangle P L M, pour ſon égal P L K, & N L M pour ſon égal N L I; le triangle M N P, ſera égal au propoſé I K L.



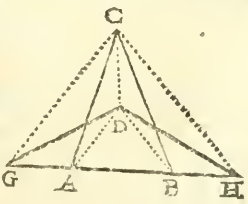
PROP. XI.

A B C eſt un autre triangle qu'on veut abaiſſer au point D.

MEnez D A, D B, D C, & continuez la baſe A B de part & d'autre.

Menez C H parallele à D B, & C G parallele à D A.

Tirez D H, D G & le triangle B D H eſtant mis pour ſon égal B D C, & A D G pour ſon égal A D C, le triangle D G H ſera égal au propoſé A B C.

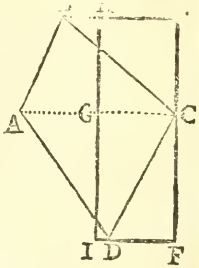


PROP. XII.

Réduire le quadrilatere A B C D en parallogramme rectangle.

TIrez A C, & ſes paralleles B E, D F.

Coupez A C en deux également en G, par la perpendiculaire H I (*prop.* 1. *du* 3.)



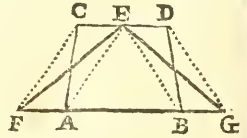
Menez par le point C, E F paralleles à I H, & le rectangle E F I H, ſera égal au quadrilatere propoſé.

Le rectangle G E, eſt égal au triangle A C B, & le rectangle G F, l'eſt au triangle A C D (par la 3.)

PROP. XIII.

Réduire le trapeze A B C D à un triangle qui ait ſon angle ſuperieur en E.

COntinuez la baſe A B de part & d'autre.



Menez D G parallele à E B, & C F parallele à A E.

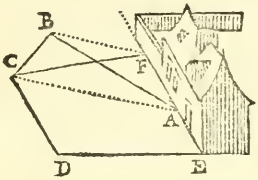
Tirez E F, E G, & les triangles A E F, B E G eſtant mis pour leurs égaux A E C, B E D, le triangle E F G ſera égal au trapeze propoſé.

PROP. XIV.

Faire du Pentagone A B C D E un quadrilatere C D E F.

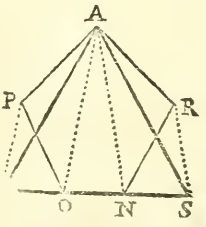
MEnez A C, ſa parallele B F, & la ligne C F.

Mettez le triangle A C F pour ſon égal A C B & le quadrilatere D E F C ſera égal au pentagone A B C D E.



PROP. XV.

Réduire en triangle le Pentagone A P O N R.



PRolongez la baſe N O, de part & d'autre.

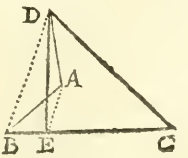
Tirez A O, ſa parallele P V, & la ligne A V.

Tirez auſſi A N, ſa parallele R S, & la ligne A S.

Mettez A O V pour ſon égal A O P, & A N S pour ſon égal A N R. Le triangle A V S ſera égal au Pentagone.

PROP. XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere A B C D qui a un angle rentrant B A D.



MEnez B D, ſa parallele A E, & la ligne D E.

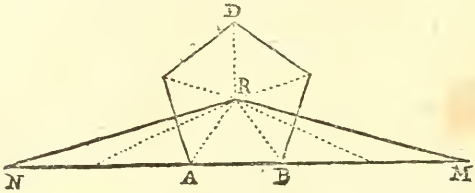
Donnez le triangle A E D pour ſon égal A E B; & vous aurez le triangle C D E, pour le quadrilatere propoſé.

PROP. XVII.

Décrire un triangle égal au Pentagone regulier A B D.

POrtez sur la base prolongée N M, cinq fois la longueur de la base A B, c'est à dire, coupez N M égale aux cinq côtez du Pentagone.

Du centre R, menez R N, R M, & le triangle M R N sera égal au Pentagone.



Le triangle A B R est la cinquiéme partie du pentagone; comme il est la cinquiéme partie du triangle N M R (par la 43 du 2.) Dont (suivant la 6 du 2) le triangle N M R est égal au pentagone.

PROP. XVIII.

Réduire le Pentagone A D, en triangle sur le côté A B.

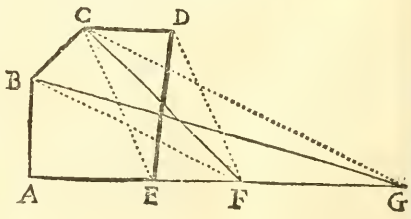
COntinuez la base A E vers G.

Menez C E, sa parallele D F, & la ligne C F.

Mettez le triangle C E F pour son égal C D E, & & le quadrilatere A B C F sera égal au pentagone.

Tirez B F, sa parallele C G, & la ligne B G.

Mettez le triangle B F G pour son égal B F C, & le triangle A B G sera égal au quadrilatere A B C F.



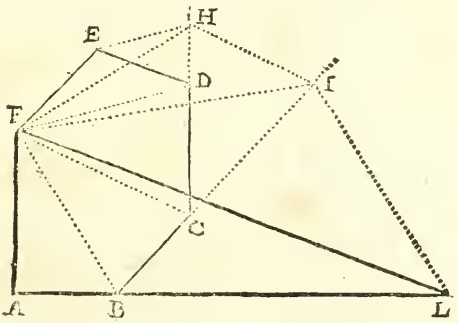
PROP.

PROP. XIX.

Réduire l'Exagone A B E en triangle A F L.

PRolongez C D vers H, B C vers I, & A B vers L.

Menez D F, ſa parallele E H; C F, ſa parallele H I; B F, ſa parallele I L, & la ligne F L qui fera le triangle A L F égal à l'Exagone propoſé.



Suppoſé les lignes F H, F I. Les triangles F D H, F D E, ſont égaux; & le Pentagone A B C D F leur eſtant commun, le pentagone F H C B A, eſt égal à l'exagone A B C D E F.

De même. Les triangles F C I, F C H, ſont égaux; & le quadrilatere A B C F, leur eſtant commun; le quadrilatere A B I F, eſt égal au Pentagone A B C H F.

Enfin, les triangles F B L, F B I, ſont égaux; A B F leur eſt commun: Donc le triangle A F L eſt égal au quadrilatere F A B I, & par conſequent à l'exagone propoſé A B E.

PROP. XX.

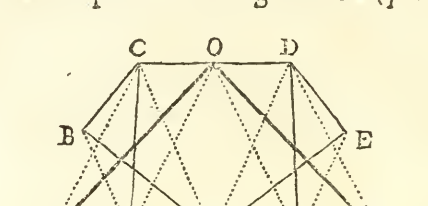
Du Pentagone A B C D E, faire un triangle qui ait ſon angle ſuperieur en O, & ſa baſe dans la ligne S V.

TIrez A C, ſa parallele B F, & la ligne C F.

Tirez de même A D, ſa parallele E H, & la ligne D H.

Mettez le triangle A D H pour son égal A D E, & A C F, pour son égal A C B; le trapeze C D F H sera égal au Pentagone.

Réduisez ce trapeze en triangle O G I (*par la* 13.)

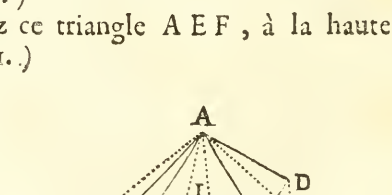


PROP. XXI.

Du Pentagone A B L D, faire un triangle de la hauteur I L.

REduisez le Pentagone en triangle A E F, (*par la* 15.)

Abaissez ce triangle A E F, à la hauteur I G H (*par la* 11.)

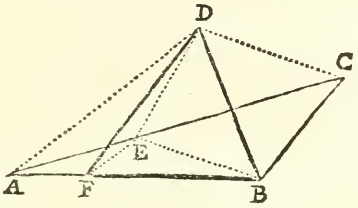


PROP. XXII.

Décrire sur la ligne B D, & sur l'angle A B D, un triangle égal au triangle A B C.

MEnez C D, sa parallele B E, la ligne D E, & mettez le triangle B E D pour son égal B E C.

Tirez AD, ſa parallele EF, la ligne DF; & ayant mis le triangle EFD, pour ſon égal EFA: le triangle BDF, ſera égal au propoſé ABC.

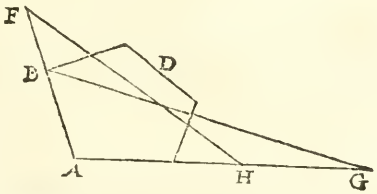


PROP. XXIII.

Décrire ſur la ligne AF, un triangle égal au Pentagone ABD.

REduiſez le Pentagone en triangle ABG, (*par la* 18.)

Faites le triangle AHF égal au triangle ABG (*par la* 8.)



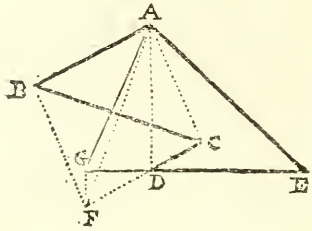
PROP. XXIV.

Réduire en triangle le Plan ABCDE, qui a un angle rentrant.

COntinuez CD vers F, & ED vers G.

Menez AC, ſa parallele BF, la ligne AF; & le triangle ACF, ſera égal au triangle ACB.

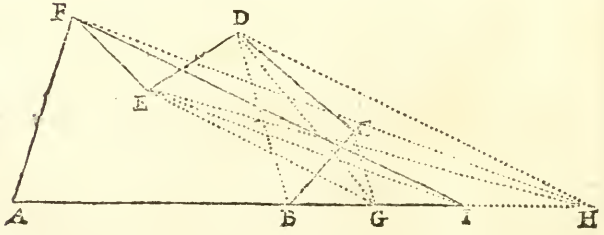
Menez A D, ſa parallele F G, la ligne A G ; puis mettant le triangle A D G pour ſon égal A D F, le triangle A E G ſera égal au plan propoſé.



PROP. XXV.

Réduire en triangle, le Plan A B C D E F.

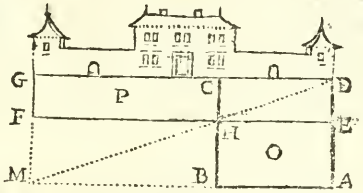
MEnez B D, ſa parallele C G, la ligne D G.
Mettez le triangle B D G pour ſon égal B D C.
Menez E G, ſa parallele D H, & la ligne E H.
Mettez le triangle E G H pour ſon égal E G D.
Menez enfin F H, ſa parallele E I, & la ligne F I ; puis mettez le triangle E I F pour ſon égal E I H, & le plan propoſé ſera réduit en triangle A I F.



PROP. XXVI.

Alonger le parallelogramme A C, sur la longueur D G.

MEnez G M parallele au côté C B.
Prolongez A B jusqu'en M, & tirez D M.
Menez par le point H, E F, parallele à D G.
Le parallelogramme E G sera égal au proposé.

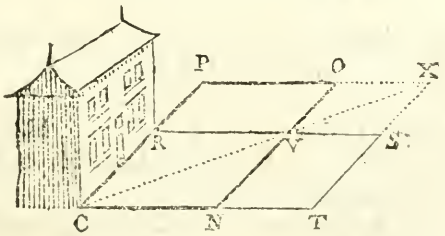


Le supplément ajoûté P, est égal au retranché O. (par la 63 du 2.)

PROP. XXVII.

Réduire le Parallelogramme C N O P à la largeur C R.

MEnez R V S parallele à C N.
Continuez P O vers X, & C N vers T.
Tirez par le point V, la diagonale C X.
Menez X T parallele à O N, & vous aurez le parallelogramme C R S T, pour le proposé N P.



Le supplément ajoûté T V, est égal au retranché V P, (par la 63 du 2.)

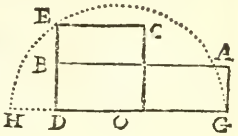
PROP. XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle B G.

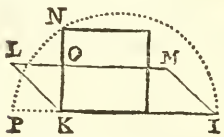
CContinuez G D vers H, & B D vers E.
Coupez D H, égale à D B.

Coupez G H, en deux également en O.

Du point O, décrivez le demicercle H E G, & le quarré D C que vous ferez sur D E, sera égal au rectangle B G.



D E est moyenne proportionnelle entre D G & D H ou D B son égale (par la 51 du 3.) Donc (suivant la 64 du 2) le quarré C D est égal au rectangle proposé.



Pour faire un quarré égal au parallelogramme I K L M qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle K N, doit estre prise entre K I & K P, égale à la perpendiculaire K O, de même que si le parallelogramme proposé estoit rectangle. (Voyez la 40 du 2.)

PROP. XXIX.

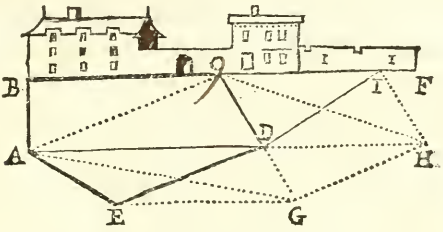
Réduire le plan A B C D E, entre les deux paralleles B F, A D.

PRolongez C D vers G, & A D vers H.
Menez E G parallele à A D, G H parallele à A C, & H I parallele à C D.

Tirez D I & le triangle C D I sera égal au triangle retranché A D E.

Les triangles A C H, A C G, sont égaux (par la 42 du 2,)

& étant le commun A C D, les triangles C D H, A D G, reſtent égaux; C D I eſt égal à C D H, & A D E l'eſt à A D G (par la même 42.) Donc C D I eſt égal à A D E.



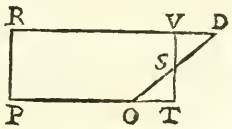
PROP. XXX.

Réduire en parallelogramme le quadrilatere D O P R qui a déja les coſtez D R, P O paralleles.

COupez Q D en deux également en S.

Menez T S V parallele à P R, & continuez P O juſqu'en T.

Mettez le triangle O T S pour S V D qui luy eſt égal, (*ſuivant la 59 du 2,*) & vous aurez le parallelogramme R T pour le quadrilatere propoſé.



PROP. XXXI.

Décrire un triangle équilateral, égal au ſcalene A B C.

FAites ſous la baſe A B, le triangle équilateral A B D (*prop. 12 du 3.*)

Prolongez le côté B D vers E.

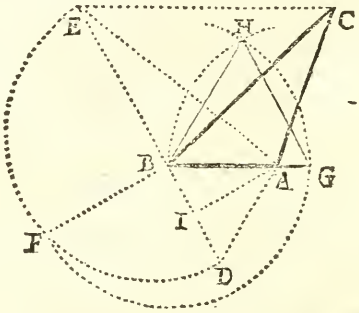
Menez C E parallele à A B, & ſuppoſé la ligne A E, le triangle A B E ſera égal au triangle A B C, (*ſuivant la 42 du 2.*)

Décrivez ſur D E, le demicercle D F E.

Elevez BF, moyenne proportionnelle entre les extrémes BE, BD (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc FGH, & du point G, l'arc BH.

Menez les droites GH, BH, je dis que le triangle équilateral BGH eſt égal au ſcalene ABC.



Les lignes BE, BF, BD, ſont proportionnelles; les triangles BEA, BDA faits ſur les extrêmes BE, BD, ſont de même hauteur AI; BG eſt égale à la moyenne BF, & le triangle BGH eſt fait ſemblable à ABD : Donc (par la 67 du 2) il eſt égal au triangle BEA, & par conſequent au propoſé ABC.

PROP. XXXII.

Du triangle ABC, faire un triangle ſemblable au propoſé O.

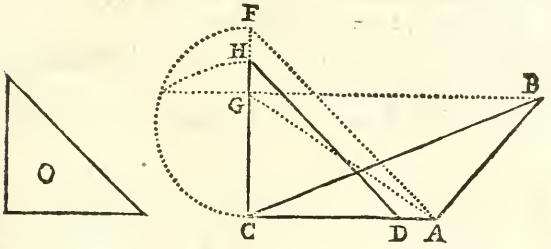
FAites le triangle ACF ſemblable au triangle O (*prop.* 27 *du* 3.)

Menez BG parallele à AC.

Prenez CH moyenne proportionnelle entre CF, & CG, (*prop.* 52 *du* 3.)

Menez HD parallele à AF, & le triangle CDH ſera ſemblable au triangle O, & égal au triangle ABC.

Les lignes C F, C H, C G ſont proportionnelles (par la conſtruction.) Les triangles A C F, A C G, ſont de même hauteur C A; & ont pour baſes les extrêmes C F, C G: le triangle C D H fait ſur la moyenne G H, eſt ſemblable à A C F ou O (par la 57 du 2;) & (par la 67 du 2) il eſt égal à A C G, & par conſequent au propoſé A B C.



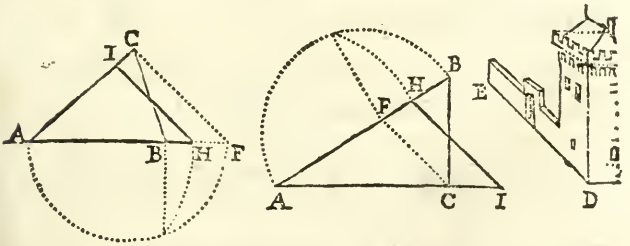
PROP. XXXIII.

Tirer une ligne parallele à D E qui faſſe avec l'angle A, un triangle égal au triangle A B C.

MEnez C F parallele à D E, & prolongez A B vers F.

Coupez A H moyenne proportionnelle entre les extrêmes A B, A F, (*par la 52 du 3.*)

Menez H I parallele à D E ou C F, & le triangle A I H ſera égal au triangle A B C.

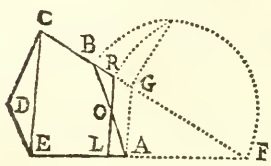


Les triangles A F C, A B C, faits ſur les extrêmes A F, A B, ſont de même hauteur C; le triangle A H I décrit ſur la moyenne A H, eſt ſemblable au triangle A F C (par la 57 du 2.) Donc (par la 67 du 2) il eſt égal au triangle A B C.

PROP. XXXIV.

On demande que le coſté A B du Pentagone A B D ſoit parallele à C E.

PRolongez les côtez E A, C B en F.
Menez A G parallele à C E.
Coupez F R moyenne proportionnelle entre F G, F B (*prop.* 52 *du* 3.)
Tirez le côté demandé R L, parallele à A G.

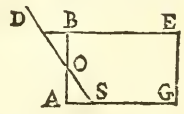


Les triangles A B F, F L R ſont égaux (par la precedente,) & ôtant le quadrilatere commun A O R F, le triangle ajoûté O B R, reſte égal au retranché O L A.

PROP. XXXV.

Le parallelogramme A B E G eſtant propoſé, diriger ſon coſté A B vers le point D.

COupez A B en deux également en O.
Tirez du point propoſé D, la ligne D O S & vous aurez le requis, le triangle ajoûté O B D eſtant égal au retranché O A S (*par la* 59 *du* 2.)



PROP. XXXVI.

Diriger le coſté A B du triangle A B C, vers le point D.

PRolongez B C de part & d'autre.
Menez D E F perpendiculaire ſur B C.
Coupez E F égale à D E.

Tirez F G parallele à B C.

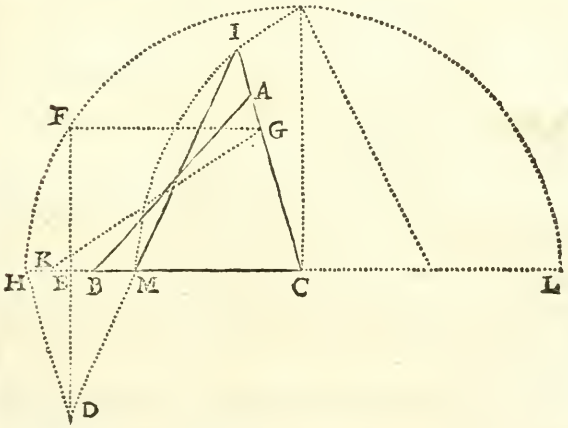
Faites sur C G, le triangle C G K égal au triangle A B C (*prop.* 9.)

Menez D H parallele à A C.

Coupez C L égale à C K.

Retranchez de la ligne C H, la partie C M, moyenne proportionnelle entre le reste M H, & C L, (*par la* 53 *du* 3.)

Menez la ligne demandée D M I, & vous aurez le triangle C M I pour le proposé A B C.



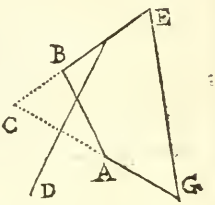
Les lignes H M, M C, C L ou C K son égale, sont coupées proportionnelles ; les triangles D H M, C G K faits sur les extrémes H M, C K, sont de même hauteur ; car les perpendiculaires D E, E F ont esté coupées égales : & puisque D H est menée parallele à C I, le triangle C I M décrit sur la moyenne C M, est semblable à D H M (par la 59 *du* 2.) *Donc (par la* 67. *du* 2) *C I M est égal à C G K, & par consequent au proposé A B C auquel C G K a esté fait égal.*

PROP. XXXVII.

Diriger vers le point D, le coſté A B, du plan A B G.

PRolongez les côtez E B, G A, juſqu'à leur rencontre C.

Du triangle A B C, dirigez le côté A B vers D (*par la precedente.*)



PROP. XXXVIII.

Décrire un Exagone regulier égal au triangle A B C.

DEcrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone regulier D.

Faites ſur A B, le triangle A B E ſemblable au triangle D, de maniere que l'angle A E B, ſoit celuy du centre.

Prolongez B E de part & d'autre.

Menez C F parallele à A B, & tirez A F. Le triangle A B F ſera égal au triangle donné A B C (*par la* 42 *du* 1.)

Diviſez B F en ſix parties égales, c'eſt à dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtez.

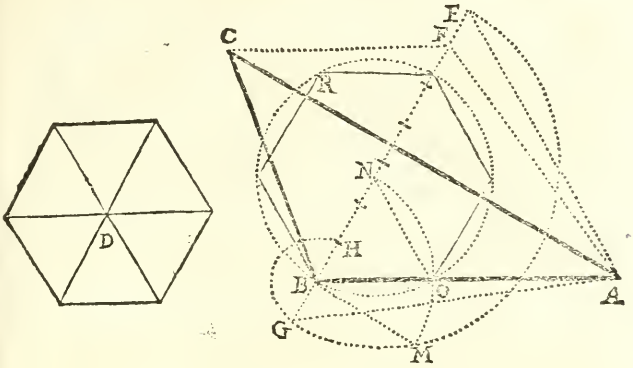
Coupez B G égale à la ſixiéme B H.

Cherchez B M moyenne proportionnelle entre B E & B G (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc M N, & du point N, le cercle B O R, l'exagone décrit dans ce cercle ſera égal au triangle propoſé.

Les lignes B E, B M, B G ſont proportionnelles; les triangles B E A, B G A ſont ſur les extrémes B E, B G ſont de même hauteur A N; le triangle B O N fait ſur B N, égale à la moyenne B M, eſt ſemblable au triangle B A E: Donc il eſt

égal au triangle B A G: Le triangle E G A vaut une ſixiéme partie du triangle A B F, & le triangle B O N eſt une ſixiéme partie de l'exagone B O R; Donc l'exagone B O R eſt egal au triangle A B F, & par conſequent au triangle propoſé A B C.



PROP. XXXIX.

Décrire un pentagone regulier, égal à l'irregulier A B D.

REduiſez le Pentagone irregulier en triangle B C F (*prop.* 18 *ou* 19.)

Faites comme il vous plaira le Pentagone regulier G.

Faites le triangle B F H, équiangle au triangle G (*prop.* 27 *du* 3,) en ſorte que l'angle H, ſoit l'angle du centre comme eſt l'angle G.

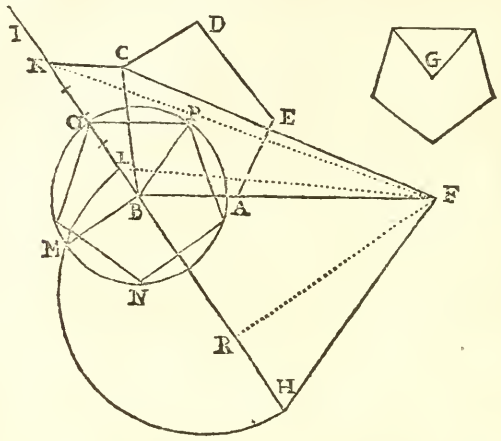
Prolongez H B vers I, & menez C K parallele à B F. La ligne F K eſtant tirée, B F K ſera égal au triangle B F C (*par la* 42 *du* 2.)

Diviſez B K en cinq parties égales, c'eſt à dire, en autant de parties qu'un Pentagone a de côtez.

Tirez B M, moyenne proportionnelle entre B H & la cinquiéme partie B L (*prop.* 51 *du* 3.)

Menez B P, parallele à F H, l'angle O B P ſera égal à l'angle du centre H ou G ſon égal (*par la* 15 *du* 2.)

Du point B & de l'intervale B M, décrivez le cercle M O P, & dans ce cercle faites le Pentagone demandé O P N, dont O P sera un des côtez.



Le rayon B O est coupé égale à la moyenne B M, ainsi H B, B O, B L, sont proportionnelles.

Les triangles H B F, B L F, décrits sur les extrémes H B, B L, sont de même hauteur R F; le triangle B O P décrit sur la moyenne B O, est semblable à H B F (par la 58 du 2.) Donc il est égal à B L F (par la 67 du 2.)

Le triangle B L F est la cinquiéme partie du triangle B K F, ou du Pentagone A B D son égal : donc B O P qui est egal à B L F, est la cinquiéme partie du Pentagone irregulier A B C D, de même qu'il est la cinquiéme partie du Pentagone regulier O P N: Donc (par la 6 du 2) le Pentagone regul.er est égal à l'irregulier.

PROP. XLII

Le triangle A B C, est donné pour en faire un Poligone semblable au Poligone D G.

FAites le triangle A B L semblable au triangle F G H (*par la 27 du 3.*)

Menez C K parallele à A B.

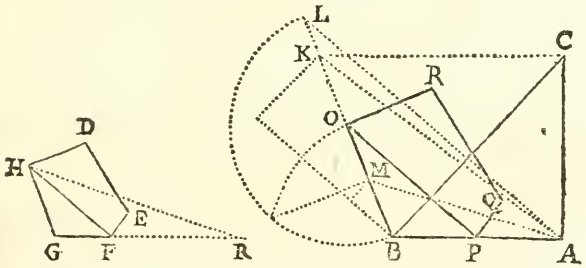
Réduiſez le plan GD, en triangle GHI (*par la* 18 *ou* 19.)

Coupez la ligne BK en M, comme GI l'eſt en F (*par la* 48 *du* 3.)

Coupez BO moyenne proportionnelle entre BL & BM (*par la* 52 *du* 3.)

Tirez OP parallele à AL, le triangle OBP ſera ſemblable au triangle ABL, (*par la* 57 *du* 2,) & par conſequent au triangle GHF.

Faites ſur OP, le quadrilatere OPQR ſemblable au quadrilatere HFDE (*par la* 29 *du* 3.) Il eſt évident que le plan BR ſera ſemblable au propoſé GD (*par la* 68 *du* 2;) mais qu'il ſoit égal au triangle ABC, c'eſt ce qu'il faut démontrer.



La ligne BO eſt coupée moyenne proportionnelle entre les extrémes BL, BM; les triangles ABM, ABL, faits ſur les extrémes BL, BM, ſont de même hauteur BA; le triangle BOP fait ſur la moyenne BO, eſt ſemblable au triangle ABL: Donc il eſt égal au triangle ABM (par la 67 *du* 2.)

Le triangle ABK (ſuivant la 47 *du* 2) *eſt au triangle ABM ou ſon égal BOP, comme le triangle GHI eſt au triangle FGH, puiſque BK a eſté coupée en M, comme GI, l'eſt en F.*

Le triangle GHF eſt au plan GD, comme le triangle BOP au plan BR (ſuivant la 70 *du* 2;) *car les plans GD, BR ſont ſemblables: le triangle GHI a eſté fait égal au plan GD, Donc le triangle ABK ou ABC ſon égal, eſt égal au plan BPQRO.*

PROP. XLI.

Décrire une figure ſemblable à la figure HK, qui contienne autant d'aire que la figure CE.

REduiſez la figure CE, en triangle DLM (*par la* 15.)

Reduiſez auſſi la figure HK, en triangle IOS.

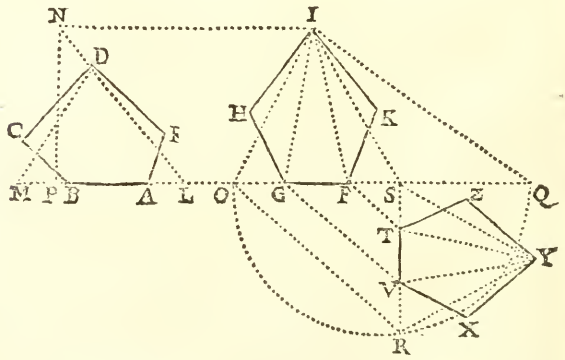
Du triangle DLM, faites le triangle NLP de la hauteur du triangle IOS (*par la* 8.)

Prolongez OS vers Q, & coupez SQ, égale à PL baſe du triangle NPL.

Tirez SR moyenne proportionnelle entre les baſes QS, SO (*par la* 51 *du* 3.)

Menez OR & ſes paralleles FT, GV. La baſe SR ſera diviſée en T, V; comme SO, l'eſt en F, G (*par la* 51 *du* 2.)

Faites le triangle SRY ſemblable au triangle OSI, & la figure demandée ZX ſemblable à la figure HK (*par la* 29 *du* 3.)



Les lignes OS, SR, SQ, ſont proportionnelles; ainſi le triangle SRY qui eſt fait ſemblable à IOS, eſt égal à ISQ (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle SRY & le Pentagone XZ, pris enſemble ſont faits

faits ſemblables au triangle I O S & au Pentagone H K auſſi pris enſemble comme ne faiſant qu'une même figure ; & (par la 70 du 2) le Pentagone X Z eſt au triangle S R Y , comme le Pentagone H K eſt au triangle O S I : le Pentagone H K eſt égal au triangle I O S : dont le Pentagone X Z eſt auſſi égal au triangle S R Y , & par conſequent au triangle I Q S , lequel eſtant fait égal au plan C E ; le plan C E & le Pentagone X Z ſont égaux.

PROP. XLII.

Décrire un triangle égal au cercle A B D.

TIrez le rayon C E, & la tangente E F, égale à la circonference du cercle (*par la 60 du 3.*)

L'experience nous apprend qu'on ne ſçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroiſſe à la veuë couler l'eſpace de quelques degrez dans la circonference du cercle. Nous pouvons donc bien prendre ſans aucune erreur ſenſible, des petites parties de circonference pour des lignes droites. Cela ſuppoſé, venons à noſtre preuve.

La tangente E F, eſt coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en eſt trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonference du cercle (ſuivant la 60 du 3 ;) Ainſi ſi on faiſoit ſur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonference ; des triangles qui euſſent leurs ſommets au centre C, ils ſeroient tous égaux (par la 43 du 2 ;) & ſi, par exemple le cercle contenoit 400 de ces petits triangles, le triangle C E F en contiendroit autant. Donc (ſuivant la 75 du 1) le triangle eſt égal au cercle.

PROP. XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle.

INſcrivez le triangle équilateral A B C, & l'Eneagone regulier A E D.

Prolongez les côtez B C, D E, de part & d'autre.

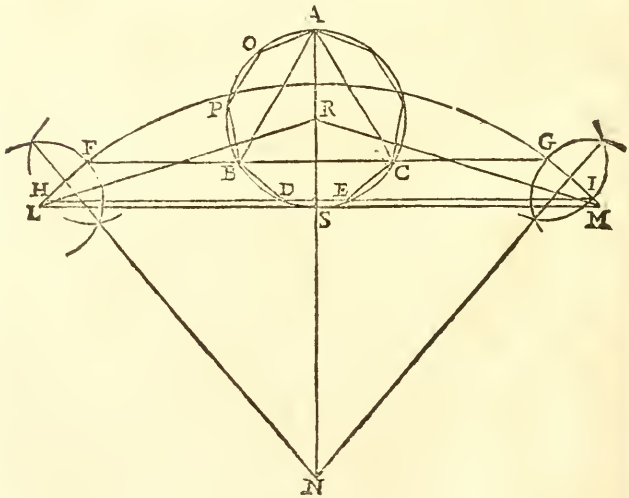
Coupez B F égale à B A, & C G égal à C A.

Coupez auſſi D H égale aux quatre côtez D B P O A, & E I égale à D H, afin que H I ſoit égale aux 9 côtez de l'eneagone, comme F G l'eſt aux trois côtez du triangle équilateral.

Tirez le diametre A S, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points H F G I (*prop.* 33 *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente L S M, elle ſera égale à la circonference du cercle A B C.



Si vous prenez une petite partie (suivant la 60 du 3.) elle se trouvera autant de fois dans la circonférence du cercle que dans la tangente L M.

Menez du centre R, les lignes R L, R M, & le triangle L M R sera le demandé (*suivant la precedente.*)

PROP. XLIV.

Réduire en cercle le triangle A B C.

Coupez la base A B en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C F parallele à la base A B.

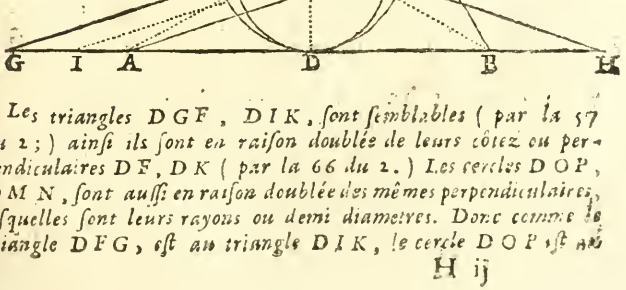
Du point F, décrivez le cercle D O P.

Réduisez ce cercle en triangle F G H (*par la precedente.*)

Coupez D I moyenne proportionnelle entre D A, & D G (*par la 52 du 3.*)

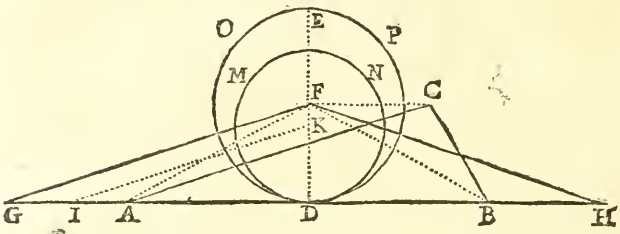
Menez I K parallele à G F.

Du point K décrivez le cercle D M N, il sera égal au triangle A B C. *Tirez A F, B F.*



Les triangles D G F, D I K, sont semblables (par la 57 du 2;) ainsi ils sont en raison doublée de leurs côtez ou perpendiculaires D F, D K (par la 66 du 2.) Les cercles D O P, D M N, sont aussi en raison doublée des mêmes perpendiculaires, lesquelles sont leurs rayons ou demi diametres. Donc comme le triangle D F G, est au triangle D I K, le cercle D O P est au

cercle D M N ; & par échange, comme le triangle D F G eſt au cercle D O P, le triangle D I K eſt au cercle D M N : le cercle D O P eſt double du triangle D F G ; donc le cercle D M N eſt auſſi double du triangle D K I, lequel eſt fait égal au triangle A D F (ſuivant la 33.) Le triangle A B F eſt double du triangle A F D, donc le cercle D N M eſt égal au triangle A B F & par conſequent au donné A B C, ces triangles A B F, A B C, eſtant égaux (par la 42 du 2.)



PROP. XLV.

Décrire ſur la ligne droite G F, une ovale égale au cercle A B C.

QUe le centre du cercle propoſé ſoit dans le milieu de la ligne G F.

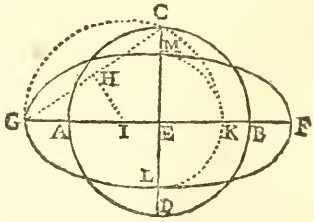
De ce point E, élevez la perpendiculaire E C.

Tirez C G & la coupez en deux également en H.

Tirez ſur C G, la perpendiculaire H I.

Du point I, décrivez le demicercle M K L.

Les droites G F, L M, ſeront les deux diametres ſur leſquels vous ferez l'ovale demandée (*par la 56 du 3.*)



Les demidiametres GE, EC, EM ou son égale EK sont proportionnels (suivant la 51 du 3;) ainsi les diametres GF, CD, LM, le sont aussi.

Or si on suppose comme il est évident, qu'il y a même raison du cercle CD, à l'ovale; qu'il y auroit d'un quarré fait sur le diametre de ce cercle CD, au rectangle compris sous le grand & petit diametre de l'ovale; on doit conclure que le cercle CD est égal à l'ovale; de même que le quarré seroit égal au rectangle. (suivant la 64 du 2.)

PROP. XLVI.

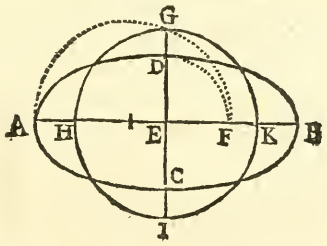
Décrire un cercle égal à l'Ovale ABCD.

TIrez les diametres AB, CD, se coupant à angles droits en E (*par la 57 du 3*)

Coupez EG moyenne proportionnelle entre les diametres AE, & DE ou EF son égale (*par la 51 du 3.*)

Du centre E, décrivez le cercle demandé GHIK.

La demonstration est l'inverse de la precedente.



CHAPITRE CINQUIE'ME.

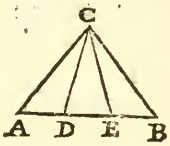
Diviſion des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle C.

DIviſez la baſe A B en trois parties égales A D E B.

Menez les lignes C D, C E, elles feront le partage demandé *(ſuivant la 43 du 2.)*

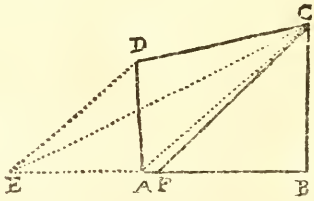


PROP. II.

Partager le quadrilatere B D en deux également, par une ligne tirée de l'angle C.

REduiſez le quadrilatere en triangle B C E *(par la 7 du 4.)*

Diviſez la baſe B E en deux au point F, & la ligne C F fera le partage demandé.



Le triangle B C E eſt fait égal au quadrilatere propoſé; B C F eſt moitié du triangle B C E, donc il eſt moitié du quadrilatere B D.

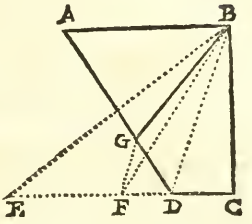
PROP. III.

Partager le quadrilatere AC en deux, par une ligne menée de l'angle B.

REduisez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, sa parallele FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrilatere.



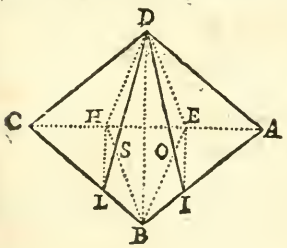
Donnant le triangle BDG, pour son égal BDF, le quadrilatere GBCD est égal au triangle BCF.

PROP. IV.

Diviser le quadrilatere AC en trois également, par des lignes menées de l'angle D.

TIrez AC & la divisez en trois parties égales AEHC; *c'est à dire*, divisez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ses paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.



Les lignes DE, DH; BE, BH; divisent les triangles ACD, ACB, chacun en trois triangles égaux (par la 43 du 2,) & (par la 4 du 2) les quadrilateres ABED, EDHB, HDCB, sont égaux; & vaent chacun un tiers du quadrilatere ABCD.

La ligne EI a esté menée parallele à BD, ainsi les triangles EID, EIB qui ont une même base EI sont égaux; desquels le commun EIO estant ôté, reste DEO égal à BIO;

& donnant l'un pour l'autre, A I D eſt égal au quadrilatere A B E D.

De même, mettant le triangle D H S pour ſon égal B L S, le triangle C D L, eſt égal au quadrilatere B C D H.

Enfin puiſque le triangle B L S, eſt égal au triangle D H S; & le triangle B I O, au triangle D E O; le quadrilatere B I D L eſt auſſi égal au quadrilatere E D H B.

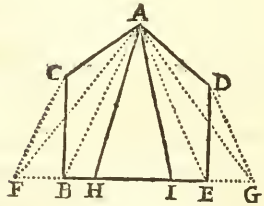
PROP. V.

Conduire de l'angle A, des lignes qui partagent le Pentagone C D en trois parties égales.

REduiſez le Pentagone en triangle A F G *(par la 15 du 4.)*

Diviſez la baſe F G en trois parties égales F H I G.

Menez de l'angle A, les lignes demandées A H, A I.



Le triangle A F G eſt fait égal au Pentagone C D; & les lignes A H, A I, le partagent en trois triangles égaux: Donc le triangle commun A I H eſt le tiers du Pentagone C D, comme il eſt le tiers du triangle A F G.

Les triangles A B C, A B F, ſont égaux (par la 42 du 2,) & leur ajoûtant le commun A B H, le quadrilatere A C B H eſt égal au triangle A F H.

Par la même raiſon le quadrilatere A I E D, eſt égal au triangle A I G.

PROP. VI.

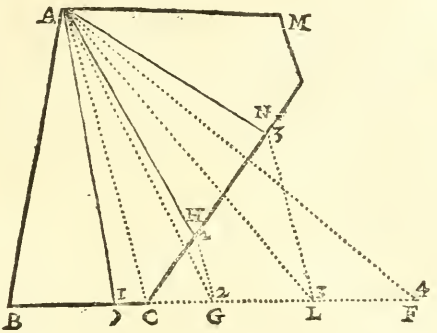
Diviſer le Pentagone B M en quatre parties égales, par des lignes tirées du point A.

REduiſez le Pentagone donné en triangle A B F *(par la 19 du 4.)*

Diviſez la baſe B F, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Menez AC, & ſes paralleles 22, 33.

Des points 1, 2, 3, qui ſe rencontrent dans les côtez de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.



1. *Le triangle ABO eſtant une quatriéme partie du triangle ABF qui eſt fait égal au Pentagone BM, il eſt auſſi une quatriéme partie du même Pentagone.*

2. *Suppoſé la ligne AG, les triangles ACH, ACG, ſont égaux (par la 42 du 2;) & le triangle commun ABC leur eſtant ajoûté, le quadrilatere ABCH eſt égal au triangle ABG; Donc le quadrilatere ABCH, contient la moitié du Pentagone BM, comme le triangle ABG contient la moitié du triangle ABF.*

Enfin les triangles ACL, ACN, ſont égaux, le triangle ABC leur eſt commun, Donc le quadrilatere ABCN, eſt égal au triangle ABL: ce triangle contient trois quarts du triangle ABF, Donc le quadrilatere ABCN, contient trois quarts du Pentagone propoſé.

PROP. VII.

Diviſer le Plan BC en ſix parties égales, par des lignes menées à l'angle A.

REduiſez ce plan en triangle ABI *(par la 19 du 4.)*

Diviſez la baſe B I en ſix parties égales, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez G H vers N, G F vers O, F E vers P.

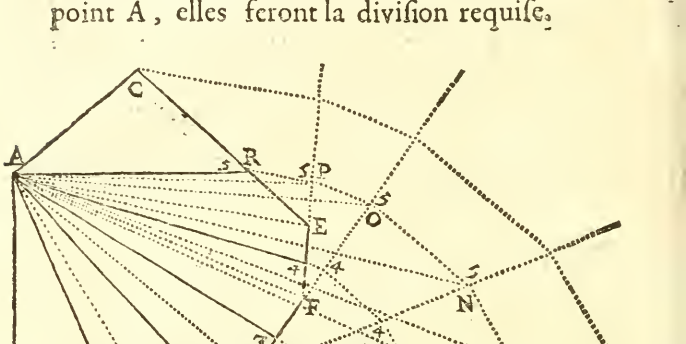
Menez A H & ſes paralleles 2 2, 3 3, 4 4, 5 5.

Tirez A G, & ſes paralleles 3 3, 4 4, 5 5.

Menez A F, & ſes paralleles 4 4, 5 5.

Menez auſſi A E, & ſa parallele 5 5.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui ſe rencontrent dans les côtez du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la diviſion requiſe.



Suppoſé les lignes A M, A N, A O, A P. Les lignes A H, M N eſtant paralleles, le triangle A H N eſt égal à A H M (par la 42 du 2.)

Par la même raiſon A G O, eſt égal à A G N; A F P, l'eſt à A F O; & A E R à A E P: ainſi la ligne A R coupe du plan propoſé, la partie A B H G F E R, égale au triangle A B M.

Le triangle A B I eſt fait égal au plan propoſé; donc le triangle A R C eſt égal au triangle A I M (par la 5 du 2.)

Le triangle A I M eſt la ſixiéme partie du triangle A B I, Donc A R C eſt la ſixiéme partie du plan propoſé.

Les autres diviſions ſe prouveront de même, ou par la precedente.

PROP. VIII.

Tirer de l'angle A, une ligne qui partage le plan BCE en deux également.

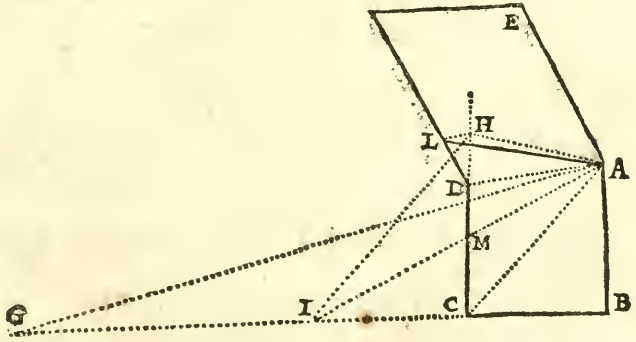
REduiſez le plan CBE en triangle ABG.

Coupez BG en deux parties égales au point I: Le triangle ABI vaudra la moitié du plan propoſé.

Prolongez CD vers H.

Menez AC, ſa parallele IH, la ligne AH & donnez le triangle ACH pour ſon égal ACI.

Tirez AD, ſa parallele HL, & le triangle ADL eſtant mis pour ſon égal ADH, la ligne AL fera le partage demandé.



PROP. IX.

Diviſer le Plan BE, en deux également par une ligne menée de l'angle A.

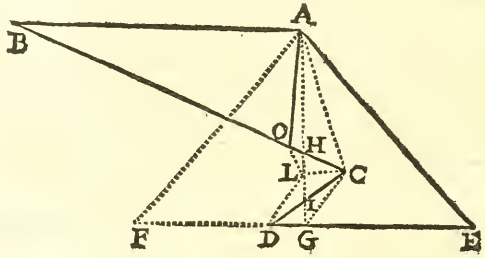
REduiſez ce plan en triangle AEF (*par la 24 du 4.*)

Coupez la baſe EF en deux au point G, & menez AG.

Si le triangle A G E eſtoit entierement dans le plan propoſé B E, le partage ſeroit fait ; mais la partie C I H en eſtant dehors, il faut la faire rentrer comme s'enſuit.

Menez C G, ſa parallele D L, la ligne L C ; puis donnez le triangle I D G, pour ſon égal I C L.

Tirez encore A C, ſa parallele L O, puis donnez le triangle A O H pour ſon égal C H L, & la ligne A O fera le partage demandé.



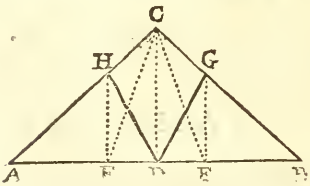
PROP. X.

Diviſer le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes conduites au point D.

DIviſez la baſe A B en trois parties égales A F E B.

Menez C D, & ſes paralleles E G, F H.

Tirez les lignes D G, D H, elles feront le partage du triangle.



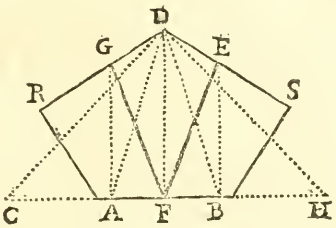
Suppoſé les lignes C E, C F, elles diviſent le triangle A B C en trois triangles égaux.

Mettez le triangle E G D pour ſon égal E G C ; B D G ſera égal au triangle B C E. Par la même raiſon A D H, ſera égal au triangle A C F, & D G C H, à C E F.

PROP. XI.

Diviſer le Pentagone R S en trois parties égales, par des lignes tirées du point F.

REduiſez ce Pentagone en triangle D C H (*par la 15 du 4.*)
Coupez C H en trois parties égales C A B H.
Menez D F, & ſes paralleles A G, B E.
Tirez les lignes F G, F E, elles feront le partage du Pentagone (*ſuivant la precedente.*)



PROP. XII.

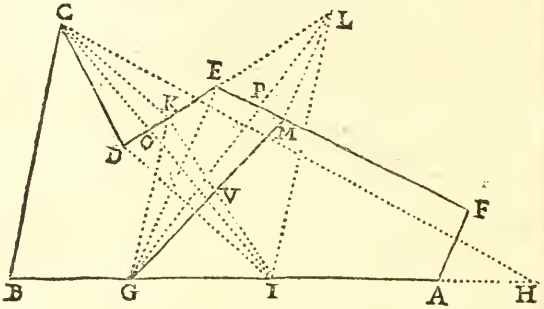
Tirer du point G, une ligne qui diviſe le plan A C F en deux également.

REduiſez le plan propoſé en triangle B C H (*par la 25 du 4.*)
Diviſez la baſe B H en deux au point I, & le triangle B C I ſera moitié du triangle B C H.
Menez D I, ſa parallele C K & la ligne I K, qui diviſera le plan A C en deux également : car mettant le triangle D I K pour ſon égal D I C, la par-

tie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM; qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.



PROP. XIII.

Partager le Pentagone ABO en trois parties égales par des lignes tirées du point F, ensorte que la ligne AF, fasse une des divisions.

REduisez le Pentagone en triangle FGH (*par la 21 du 4.*)

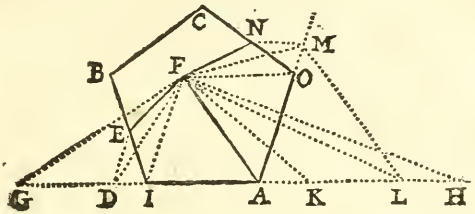
Coupez AD, égale à HK tierce partie de la base GH; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE, la ligne EF; & le triangle FIE estant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI, sera un tiers du Pentagone.

Coupez AL égale à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M: menez LM parallele à AF: & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

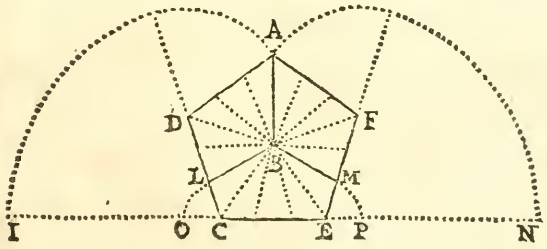
Tirez FO, ſa parallele MN, la ligne FN, & donnant le triangle FON, pour FOM ſon égal; e quadrilatere AFNO, ſera égal au triangle AFL.



PROP. XIV.

Partager en trois parties égales le Pentagone regulier ACE, par des lignes tirées du centre B.

DIviſez le contour du Pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la 59 du 3.*) De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé.

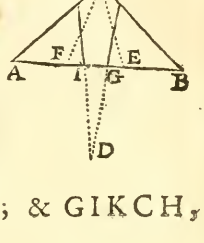


Que chaque côté du Pentagone ſoit diviſé en trois parties égales; & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: le Poligone ſera diviſé en 15 petits triangles, qui eſtant tous de même hauteur ſeront égaux. Or il eſt évident que les lignes BA, BL, BM, comprennent entr'elles, trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles; Donc ces trois parties ſont égales (ſuivant la 75 du 1.)

PROP. XV.

Diviſer le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes menées au point D, pris hors le triangle.

DIviſez le triangle propoſé en trois parties égales par les lignes C E, C F, *(ſuivant la 1.)*



Dirigez C E, côté du triangle B C E vers D, *(par la 36 du 4,)* & vous aurez le triangle B G H pour le triangle B C E.

Dirigez de même C F, côté du triangle A C F, vers le point D, & vous aurez A I K pour A C F ; & G I K C H, pour C E F.

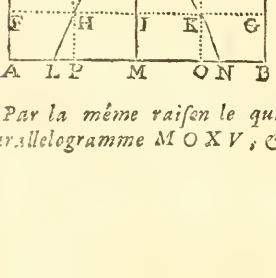
PROP. XVI.

Diviſer le Parallelogramme B D en quatre parties égales, par des lignes conduites au point E.

COupez les côtez A D, B C, chacun en deux également aux points F, G.

Menez F G, & la coupez en quatre parties égales F H I K G.

Tirez les lignes E K N, E I M, E H L ; elles feront la diviſion du parallelogramme.



Suppoſé les lignes T P, V M, X O, paralleles à A D ; elles diviſent le parallelogramme B D en quatre autres parallelogrammes égaux B X, O V, M T, P D (par la 41 du 2,) & mettant le triangle K X Y pour K N O qui luy eſt égal (par la 39 du 2,) le quadrilatere B C Y N eſt égal au parallelogramme B C X O.

Par la même raiſon le quadrilatere M N Y V eſt égal au parallelogramme M O X V, & ainſi des autres.

PROP.

PROP. XVII.

Mener du point F, des lignes qui partagent le Pentagone A B D en trois parties égales.

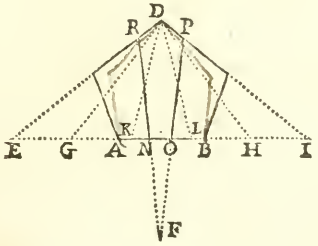
REduiſez le Pentagone en triangle D G H (*par la 15 du 4.*)

Diviſez la baſe G H en trois aux points K, L, & menez D L, D K, leſquelles diviſeront le Pentagone en trois parties égales (*ſuivant la 5.*)

Continuez les côtez A B, D C en I.

Dirigez D L côté du triangle D L I vers le point F (*par la 36 du 4,*) c'eſt à dire, faites du triangle D L I, le triangle P O I ayant le côté P O, dirigé vers F.

Faites de même le triangle A N R, égal au triangle D E K.



PROP. XVIII.

Partager en trois également le triangle A B C, par des lignes tirées aux points D, E, pris dans la baſe A B qui en eſt coupée en trois parties inégales.

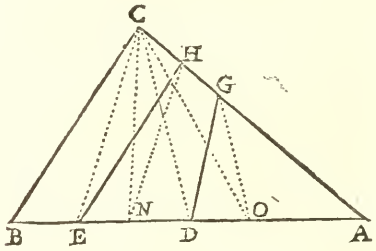
DIviſez A B en trois parties égales aux points N, O, & les lignes C O, C N, diviſeront le triangle A B C en trois triangles égaux C B N, C N O, C O A.

Tirez C D, ſa parallele O G, & la ligne D G.

Mettez le triangle G O D pour ſon égal G O C, & A D G ſera égal au triangle A C O.

Menez C E, ſa parallele N H, & la ligne E H.

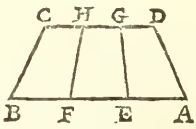
Mettez le triangle N H E pour ſon égal N H C; le triangle A E H, ſera égal aux deux triangles A O C, O N C, c'eſt à dire au ſeul A N C: & le quadrilatere B C H E le ſera au troiſiéme triangle B C N (*ſuivant la 5 du 2.*)



PROP. XIX.

Le trapeze A C ayant les côtez oppoſez A B, C D paralleles, eſt donné pour eſtre partagé en trois également par les points E, F, qui diviſent la baſe A B en trois parties égales.

DIviſez C D comme A B, c'eſt à dire en trois parties égales, puis menez les lignes F H, E G, qui feront le partage demandé (*par la 49 du 2.*)



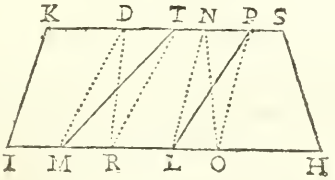
PROP. XX.

Le trapeze H K, a les coſtez I H, K S, paralleles; & on veut le partager en trois parties égales par les points L, M, qui diviſent inégalement la baſe H I.

COupez les côtez paralleles H I, K S, chacun en trois également aux points D, N; R O; & les lignes D R, N O, diviſeront le trapeze propoſé en trois quadrilateres égaux I K D R, R D N O, O N S H (*par la precedente.*)

Menez D M, ſa parallele R T, & donnant le triangle D M T pour ſon égal D M R, la ligne M T coupera le quadrilatere I M T K égal au quadrilatere I R D K.

Menez L N, ſa parallele O P, la ligne L P, qui coupera le quadrilatere I L P K, égal au quadrilatere I O N K: & L P S H reſtera égal au quadrilatere O N S H (*ſuivant la 5 du 2.*)



PROP. XXI.

Des points D & C, pris comme on voudra dans la baſe A I, partager le quadrilatere A B en trois parties égales.

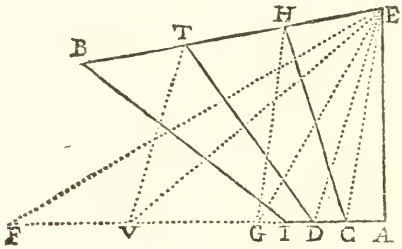
REduiſez le quadrilatere propoſé en triangle A E F (*par la 7 du 4.*)

Coupez la baſe A F en trois parties égales F V G A: les lignes E G, E V diviſeront le triangle A E F en trois triangles égaux.

Menez C E, ſa parallele G H, la ligne C H; & le triangle C E H eſtant mis pour ſon égal C E G, le quadrilatere A C H E ſera égal au triangle A G E.

Tirez D E, ſa parallele V T, la ligne D T.

Donnez le triangle D E T pour ſon égal D E V, le quadrilatere A D T E, ſera égal au triangle A E V: Et le quadrilatere D I B T, le ſera au triangle E F V (*par la 5 du 2.*)



PROP. XXII.

Diviſer du point D, le plan B V en deux parties qui ſoient entr'elles comme les deux parties de la ligne R S.

REduiſez le plan B V, en triangle B C K (*par la 19 du 4.*)

Coupez B K en M, comme R S eſt coupée en E (*par la 48 du 3.*)

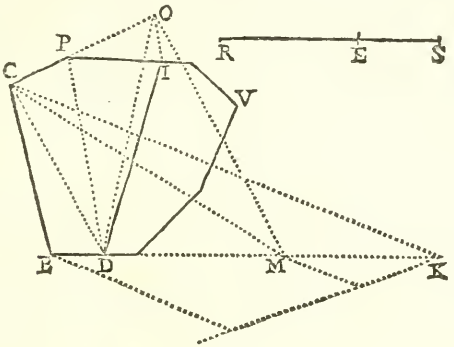
Tirez C M, & les triangles B C M, M C K, ſeront entr'eux comme leurs baſes; c'eſt à dire comme les parties de la ligne R S. (*ſuivant la 74 du 2.*)

Continuez le côté C P, vers O.

Menez C D, ſa parallele M O, la ligne D O,

& mettez le triangle C D O pour ſon égal C D M.

Menez D P, ſa parallele O I, & la ligne D I qui fera le partage demandé : car le triangle D P I eſtant donné pour ſon égal D P O, la partie B I ſera égale au triangle B C M ; & la partie D V le ſera au triangle M C K (*par la* 5 *du* 2.)



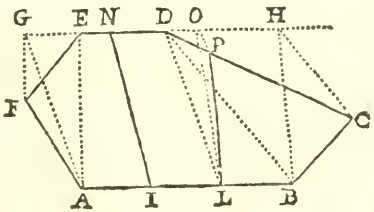
PROP. XXIII.

Partager le plan C F, en trois parties égales ſur les trois parties égales A I L B.

PRolongez de part & d'autre le côté D E, qui eſt parallele à la baſe A B.

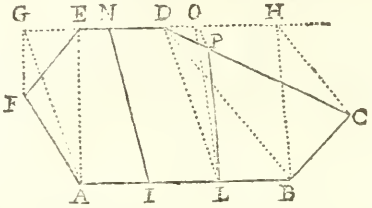
Réduiſez le plan C F en quadrilatere G A B H.

Diviſez G H, en trois parties égales G N O H.



Menez des lignes I N , L O , qui diviſeront le quadrilatere A B G H en trois quadrilateres égaux, G A I N, N I L O, O L B H (*ſuivant la 49 du 2.*)

Menez D L, ſa parallele O P, & les lignes I N, L P, feront le partage demandé.



Le trapeze E A I N eſtant commun aux deux triangles égaux A E G, A E F; la premiere partie A I N E F, eſt égale au quadrilatere A I N G.

De même. Le trapeze I L D N eſtant joint aux deux triangles égaux L D P, L D O; la ſeconde partie I L P D N eſt égale au quadrilatere I L O N. & (par la 5 du 2,) la troiſiéme partie L B C P, eſt égale au quadrilatere L B H O.

PROP. XXIV.

Partager le plan C F, en deux parties qui ſoient entr'elles comme les parties A N, N B, de la baſe A B.

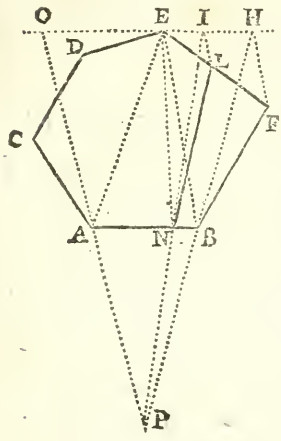
MEnez par le point E, la ligne O H, parallele à A B.

Réduiſez le plan propoſé C F en trapeze A B H O.

Prolongez H B, O A, juſqu'à leur rencontre en P.

Du point P, menez P N I, qui diviſera O H en I, comme A B l'eſt en N, *ſuivant la 46 du 3:*) & les quadrilateres A N I O, B N I H, ſeront entre eux comme leurs baſes A N, B N, *ſuivant la 49 du 2.*)

Tirez EN, sa parallele IL puis LN, qui fera le partage demandé.



Si on ajoûte aux triangles égaux BEH, BEF, le commun BEN; les quadrilateres BNEH, BNEF, seront égaux: desquels ôtant les triangles égaux ENI, ENL, sçavoir ENI, du quadrilatere BNEH; & ENL du quadrilatere BNEF; le quadrilatere BNLF, restera égal au quadrilatere BNIH: Et le plan proposé CF, estant égal au trapeze ABOH; sa partie NLC, restera aussi égale au quadrilatere ANIO Donc la ligne NL partage le plan CF, comme NI partage le trapeze ABOH, sçavoir en deux parties qui sont entr'elles, comme leurs bases AN, BN.

PROP. XXV.

Partager le triangle ABC en trois parties égales, par des lignes paralleles au costé AC.

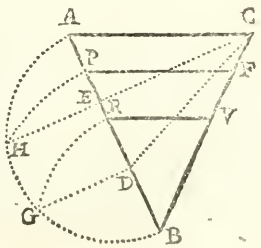
DIvisez AB, en trois parties égales AE ED DB, & les lignes CE, CD, diviseront le triangle ABC en trois triangles égaux.

Décrivez le demicercle AGB.

Elevez les perpendiculaires EH, DG.

Du point B, décrivez les arcs HP, CR.

Menez les paralleles demandées, PF, RV.



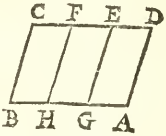
Le triangle ABC est divisé en trois triangles égaux par les lignes CE, CD; le triangle BPF est égal à BCE; & BRV, l'est à BCD; (par la 33 du 4.)

PROP. XXVI.

Partager le parallelogramme AC en trois parties égales, par des lignes paralleles aux coſtez AD, BC.

COupez les côtez CD, AB, chacun en trois parties égales aux points E, F; G, H.

Menez les lignes EG, FH, elles feront le partage demandé (*ſuivant la* 41 *du* 2.)



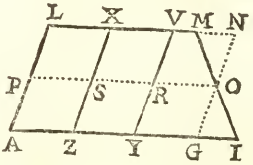
PROP. XXVII.

Diviſer le trapeze regulier AIML, en trois parties égales par des lignes ou coupures paralleles au coſté AL.

DIviſez les côtez AL, IM, chacun en deux également, aux points OP.

Menez OP & la coupez en trois parties égales, P, S, R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées XZ, VY.



Suppoſé la ligne NOG parallele à VY. Les parallelogrammes AX, ZV, YN, ſont égaux (par la 41 *du* 2.) *Le triangle GIO eſt égal au triangle MNO (par la* 59 *du* 2;) *ainſi mettant l'un pour l'autre, le trapeze IYVM, eſt égal au parallelogramme NVYG.*

PROP. XXVIII.

Diviſer le quadrilatere A B C D en deux parties égales, par une ligne parallele au coſté B D.

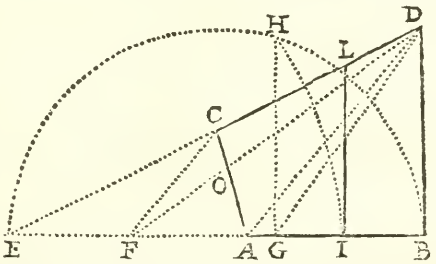
CONtinuez les côtez A B, C D, juſqu'en E.

Rêduiſez le quadrilatere propoſé en triangle B D F (*par la 7 du 4.*)

Coupez la baſe B F en deux également en G.

Coupez E I, moyenne proportionnelle entre E G, E B (*par la 52 du 3.*)

Menez I L parallele à B D, elle coupera le quadrilatere propoſé en deux également.



Les triangles A D F, A D C ſont égaux; deſquels ſi on retranche le commun A D O, les triangles D O C, A F O reſtent égaux: & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere C E F O; le triangle A C E, eſt égal au triangle D E F (par la 4 du 2.)

Les lignes E G, E I, E B, ſont proportionnelles; & les triangles E G D, E B D, ſont de hauteur égale: donc le triangle I L E qui eſt ſemblable au triangle B E D (ſuivant la 57 du 2) eſt égal au triangle D E G (par la 67 du 2.)

Or ôtant de ces triangles égaux E G D, E I L; les égaux, ſçavoir D E F, du triangle E G D; & A C E du triangle E I L: reſte A C L I, égal à D F G, moitié du triangle B D F; lequel eſt fait égal au quadrilatere B C. Donc, &c.

PROP. XXIX.

Partager le quadrilatere AC en deux également, par une ligne qui ſoit parallele au coſté BC.

REduiſez le quadrilatere propoſé en triangle ADF.

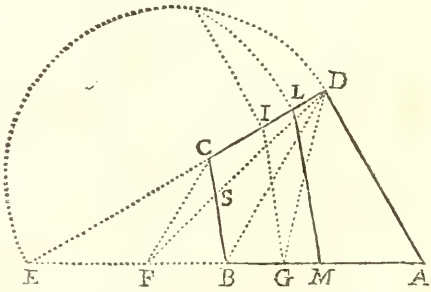
Diviſez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtez AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI, ED (*par la 52 du 3.*)

Menez la demandée LM parallele à BC.



Les triangles DEG, IEG, eu égard à leurs baſes DE, EI; ſont de même hauteur. Le triangle ELM eſt ſemblable à GEI: donc il eſt égal à DEG (par la 67 du 2.)

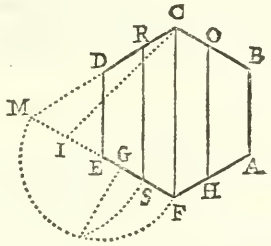
Le triangle BDF eſt fait égal au triangle BDC; donc SCD, BFS ſont égaux: auſquels le quadrilatere CEFS eſtant joint, DEF eſt égal à BCE: Et retranchant DEF, de DEG; & BCE de ELM, reſte BCLM égal au triangle DFG.

Le triangle AFD eſt fait égal au quadrilatere AC; DFG eſt moitié d'AFD: Donc BCLM qui eſt égal à DFG, eſt moitié du quadrilatere AC.

PROP. XXX.

Partager l'Exagone regulier AD en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale CF.

DIvisez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

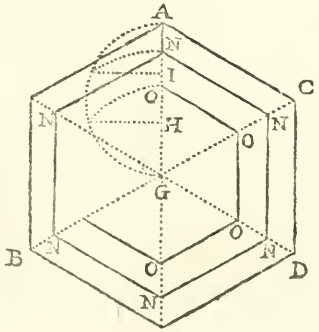


PROP. XXXI.

Partager l'Exagone ABD, en trois parties égales qui soient concentriques.

DU centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple AG, en trois parties égales AIHG.

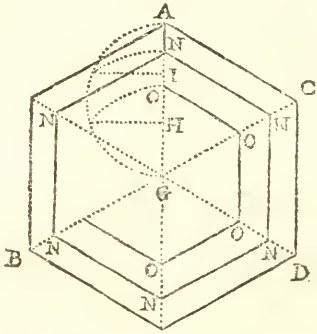


Coupez NG, moyenne proportionnelle entre GA, & GI.

Coupez auſſi GO, moyenne proportionnelle entre GA & GH (*par la 52 du 3.*)

Menez de rayon en rayon, les paralleles NNN, OOO, qui feront le partage demandé.

Les paralleles NN, OO, diviſent le triangle AGC; en trois parties égales (par la 25:) & les autres triangles ſont diviſez de même (ſuivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2) l'Exagone eſt partagé en trois parties égales.



PROP. XXXII.

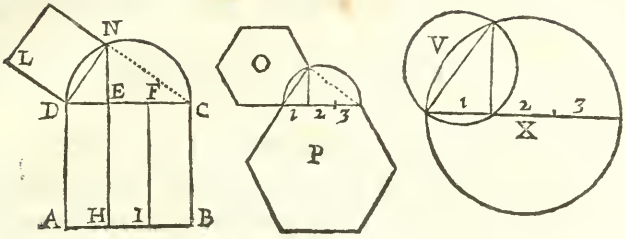
Du quarré AC, en faire trois qui ſoient égaux entr'eux.

DIviſez CD en trois parties égales DEFC. Décrivez le demicercle DNC.

De la premiere diviſion E, élevez la perpendiculaire EN; & le quarré de DN ſera égal au rectangle AE (*par la 45 du 2*;) lequel rectangle faiſant un tiers du quarré AC, trois quarrez comme LN, ſeront égaux pris enſemble au même quarré AC.

La même choſe doit s'entendre de tous autres plans (*ſuivant la 71 du 2:*) ainſi l'Exagone O, vaut

un tiers de l'Exagone P ; & le cercle X eſt triple du cercle V.



PROP. XXXIII.

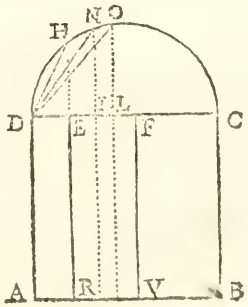
Du quarré AC, en faire trois autres qui ſoient entr'eux comme les rectangles AE, RF, VC.

DEcrivez le demicercle DOC.

Elevez la perpendiculaire EH, & DH ſera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*ſuivant la precedente.*)

Coupez DI, égale à EF ; & ſuppoſé la perpendiculaire IN, la ligne DN ſera le côté d'un quarré égal au rectangle RF.

Coupez *de même*, DL égale à CF. Elevez la perpendiculaire LO, & DO ſera le côté d'un quarré égal au troiſiéme rectangle CV.



Chapitre Sixie'me.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C.

Menez F L parallele à la ligne D M.

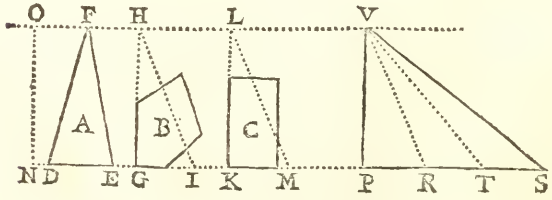
Faites le triangle G H I, égal au plan B (*par la 23 du 4.*)

Faites aussi le triangle K L M égal au plan C.

Tirez P S; & coupez P R, R T, T S, égales aux bases D E, G I, K M.

Elevez la perpendiculaire P V égale à la perpendiculaire N O.

Tirez S V, & le triangle P S V sera égal aux trois plans proposez.



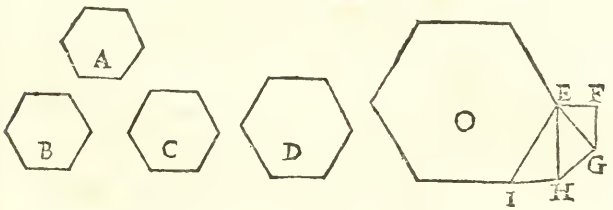
PROP. II.

Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables A, B, C, D ; en un seul qui leur soit aussi semblable.

TIrez E F égale à la base du premier plan A.
Abaissez la perpendiculaire F G égale à la base du deuxiéme plan B, & la ligne E G sera le côté d'un semblable plan, égal aux deux A & B, *(suivant la 71 du 2.)*

Elevez sur E G, la perpendiculaire G H, égale à la base du troisiéme plan C, & E H, sera le côté d'un plan égal aux trois A, B, C.

Elevez enfin sur E H, la perpendiculaire H I, & E I sera le côté du Poligone ou plan demandé O.



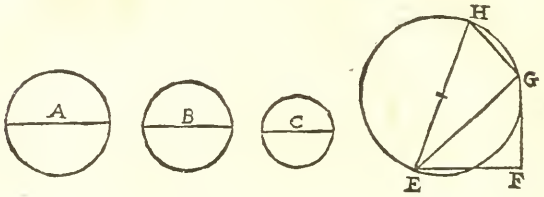
PROP. III.

Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C.

TIrez la ligne E F, égale au diametre A.
Elevez la perpendiculaire F G, égale au diametre B, puis menez E G.

Elevez G H perpendiculaire sur E G, & la coupez égale au diametre C.

Le cercle décrit sur le diametre E H sera égal aux trois proposez *(suivant la precedente.)*



PROP. IV.

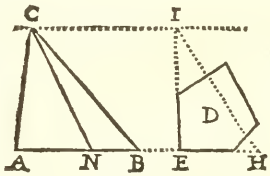
Retrancher du triangle A B C, une partie égale au Pentagone D.

MEnez C I parallele à la base A H.

Réduisez le Pentagone D en triangle E H I *(par la 23 du 4.)*

Coupez A N égale à la base E H & menez C N.

Le triangle A C N sera la partie retranchée égale au Pentagone D.



PROP. V.

Oster du Plan A E B, une partie égale au triangle A F G.

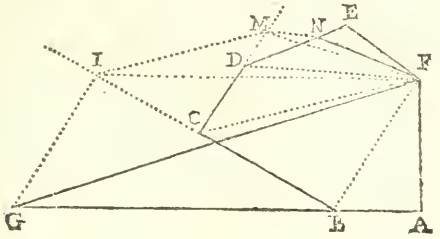
COntinuez le côté C B vers I, & C D vers M.

Menez B F, sa parallele G I, la ligne F I, & le

& le triangle FBI ſera égal au triangle FBG.

Tirez CF, ſa parallele IM, la ligne FM, & le triangle FCM, ſera égal au triangle FCI.

Menez enfin DF, ſa parallele MN ; & mettant le triangle FDN, pour ſon égal FDM ; la ligne FN retranchera la partie demandée AN égale au triangle AFG.

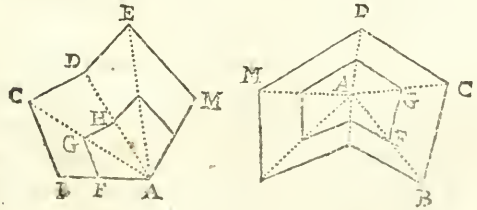


PROP. VI.

Réduire une figure en petit.

On veut décrire ſur la baſe AF, une figure comme la propoſée BM.

DU point A, tirez les rayons AE, AD, AC. Menez FG parallele à BC; GH parallele à CD, &c. (*Voyez la 57 du 2.*)



PROP. VII.

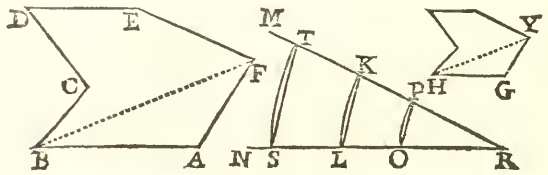
Décrire ſur la baſe G H, une figure ſemblable à la figure A D.

FAites un triangle iſocele L R K ayant les côtez R L, R K, égaux à la baſe A B ; & L K égal à la baſe G H.

Prolongez les côtez égaux R L, R K.

De l'angle R & de l'intervale A F, décrivez O P, & la corde O P ſera la longueur du côté G Y.

Du point R & de l'intervale B F, décrivez S T ; & la corde S T, fera la longueur de la ſouſtendante H Y : ainſi du reſte.



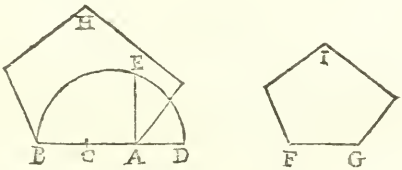
Les triangles R O P, R L K, R S T, ſont ſemblables (par la 58 du 2.) Ainſi, comme R L à L K ; ou leurs égales, A B à G H ; R O à O P ou leurs égales A F à G Y : Et comme R O à O P ou leurs égales, A F à G Y ; R S à S T, ou leurs égales B F à H Y. Donc les triangles A B F, G H Y ſont ſemblables (ſuivant la 55 du 2.)

Il faut obſerver qu'encore que cette pratique ſoit particulierement pour reduire une figure de grand en petit ſur une baſe proposée, neanmoins elle peut auſſi ſervir à reduire une figure de petit en grand, pourvû que la baſe proposée n'aille pas au delà du double de ſon homologue.

PROP. VIII.

Décrire un Poligone ſemblable au Poligone AH, mais plus petit de moitié, c'eſt à dire, contenant la moitié moins d'aire.

COupez AB en deux au point C.
Continuez AB, & coupez AD égale à AC.
Elevez AE moyenne proportionnelle entre AD & AB. *(par la 51 du 3.)*
Tirez la baſe FG égale à la moyenne AE.
Faites le Poligone demandé FGI *(par la precedente.)*



Les Poligones H, I, eſtant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs côtez homologues AB, FG; c'eſt à dire, que le Poligone H eſt au Poligone I, comme la baſe AB à la troiſiéme proportionnelle AD (par la 69 du 2:) AB eſt double de AD, donc le Poligone H eſt double du poligone I: ou ce qui eſt même choſe, le Poligone I, eſt moitié du Poligone H.

PROP. IX.

Diminuer le quarré BD de la valeur du plan E.

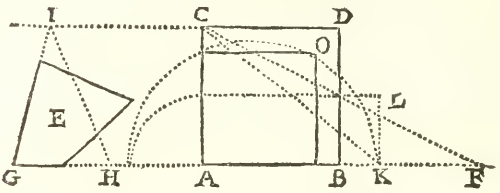
REduiſez le quarré propoſé en triangle ACF *(par la 2 du 4.)*

Réduiſez auſſi le plan E en triangle GHI de la hauteur du triangle ACF (*par la* 23 *du* 4.)

Coupez la baſe FK égale à la baſe GH, & tirez CK qui donnera le triangle CFK égal au plan E.

Du triangle reſtant ACK, faites le parallelogramme AL (*par la* 6 *du* 4.)

Du parallelogramme AL, faites le quarré AO (*par la* 28 *du* 4,)& le gnomon COB retranché du quarré AD ſera égal au plan E.



PROP. X.

Retrancher du Pentagone irregulier A B D, un autre Pentagone ſemblable, la difference des deux reſtant égale au plan G.

FAites le triangle BCF, égal au Pentagone ABD (*par la* 19 *du* 4.)

Faites auſſi le triangle FCK égal au plan G (*par la* 23 *du* 4.)

Coupez BO, moyenne proportionnelle entre BK & BF (*par la* 52 *du* 3.)

Menez ON, parallele à CF.

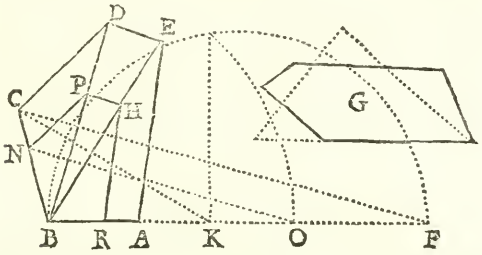
Décrivez ſur BN un Pentagone NR ſemblable au propoſé AC (*par la* 6,) & la difference des deux Pentagones ſera égale au plan G.

Les baſes BF, BO, BK ſont proportionnelles : ainſi le triangle BNO ſemblable au triangle BCF (par la 57 *du* 2,) *eſt égal au triangle BCK) par la* 67 *du* 2.)

Les triangles ſemblables BNO, BCF ſont en raiſon dou-

blée de leurs côtez homologues B N, B C; & les Pentagones ſemblables R N H, A C E, ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes côtez B N, B C (ſuivant la 69 du 2.) Donc comme le triangle B C F eſt au triangle B N O, le Pentagone A C E eſt au Pentagone R N H; & par échange, le triangle B N O eſt au Pentagone R N H, comme le triangle B C F eſt au Pentagone A C E. Le triangle B C F eſt fait égal au Pentagone A C E, donc le triangle B N O eſt égal au Pentagone R N H.

Le triangle B N O eſt prouvé égal au triangle B C K; donc le pentagone R N H eſt égal au triangle B C K. Et puiſque le triangle B C F eſt égal au Pentagone A C E, la difference des deux pentagones eſt égale au triangle K C F, lequel eſt fait égal au plan G.



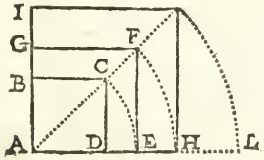
PROP. XI.

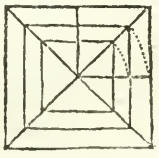
Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré B D.

PRolongez A D, A C, A B; & du point A, décrivez l'arc C E.

Faites le quarré E G, il ſera double du quarré D.



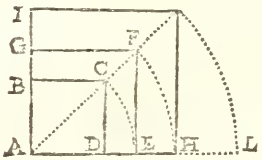


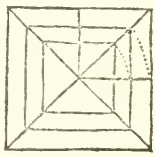
Du point A décrivez encore l'arc F H, le quarré H I ſera double du quarré G E, & quadruple du propoſé B D.

L'angle D, eſtant droit & les côtez A D, D C égaux; le quarré de A C ou d'A E ſon égal, c'eſt à dire E G; eſt double du quarré B D (par la 46 du 2.)

Par la même raiſon le quarré H I eſt double du quarré E G, & par conſequent quadruple du quarré B D.

Que ſi on faiſoit un quarré ſur la baſe A L, il ſeroit double du quarré H I, quadruple du quarré G E, & octuple du quarré B D.





PROP. XII.

Doubler, tripler & quadrupler le Plan B C.

PRolongez A B vers M, & tirez les rayons A D N, A C E.

Abaiſſez la perpendiculaire B R égale à A B.

Du point A, décrivez l'arc R H.

Faites ſur A H, le pentagone H K, ſemblable au propoſé (*par la 6.*)

Tirez R V parallele à B G, & coupez R S égale à B H.

Du point A, décrivez l'arc S O.

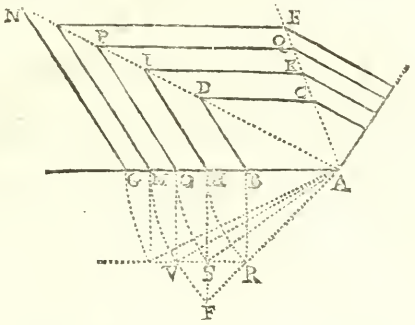
Faites ſur A O, le pentagone O Q, &c.

Les lignes A B, B R ſont égales, & font un angle droit. Donc le pentagone fait ſur A R ou A H ſon égale, eſt double du pentagone B C (ſuivant la 7e du 2.)

La ligne H S eſt égale à la baſe A B, & A H eſt la baſe d'un pentagone double: A S ou ſon égale A O eſt la baſe d'un

pentagone égal aux deux pentagones BC, HK, (par la 71 du 2 ;) Donc le pentagone OQ, est triple du proposé BC.

Par la même raison, le pentagone ME est quadruple, & celuy qui sera fait sur la base AG sera quintuple.



PROP. XIII.

Multiplier le cercle BCD autant qu'on voudra.

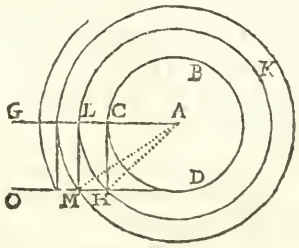
CONtinuez le rayon AC hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire CH, égale à AC.

Du centre A, décrivez le cercle HLK, il sera double du donné BCD (*par la precedente.*)

Menez HO parallele à CG, puis coupez HM égale à CL.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.



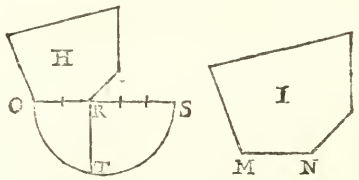
PROP. XIV.

Décrire un Poligone qui ſoit au Poligone H, en raiſon de 3 à 2.

COupez la baſe OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT, moyenne proportionnelle entre OR, & RS.

Tirez MN égale à RT, elle ſera la baſe du Poligone demandé (*Voyez la* 8.)



PROP. XV.

Décrire ſur la baſe EF, une figure ſemblable à la figure AC.

FAites comme il vous plaira l'angle IGH.

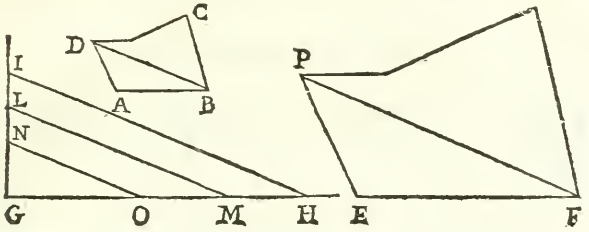
Coupez GL égale à la baſe AB, GM égale à la baſe EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO ſera la longueur du côté EP.

Ayant auſſi coupé GI égale à BD, & mené la parallele IH ; GH ſera la longueur de la ſouſtendante FP. Ainſi du reſte.

Les lignes IH, LM, NO eſtant paralleles ; GH eſt coupée en O, M, comme GI eſt coupée en NL : ainſi les lignes GN, GL, GI ; qui ſont coupées égales aux trois côtez du triangle ABD, ſont entr'elles comme les lignes GO, GM,

GH ; auſquelles les côtez du triangle EFP ſont coupez égaux. Donc le triangle EFP a ſes côtez proportionnels à ceux du triangle ADB : & par conſequent les deux triangles EFP, ABD ſont ſemblables.



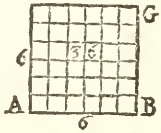
CHAPITRE SEPTIE'ME.

Du Toiſé des Plans.

DAns ce Chapitre, l'on enſeigne à meſurer les Plans ; & la meſure qu'on y employe, eſt la Toiſe.

La Toiſe a ſix pieds de Roy de longueur, le Pied de Roy 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

Lorſque la toiſe eſt multipliée par elle même, elle produit une toiſe quarrée.



On voit que le quarré AG qui contient 36 petites ſuperficies quarrées, eſt le produit de la ligne AB multipliée par elle-même ; ou par ſon égale BG ; c'eſt à dire 6 par 6 : & que ſi AB eſtoit de 12 parties égales, le quarré AG, comprendroit 144 petits quarrez égaux qui ſeroient le produit de 12, multiplicz par 12. Ainſi

La toiſe quarrée a 36 pieds quarrez ; le pied quarré 144 pouces quarrez ; & le pouce quarré, 144 lignes quarrées.

Les grands terrains ſe meſurent par Perches & par Arpents ; & alors cette partie de la Geometrie eſt appellée Arpentage.

La Perche eſt plus ou moins grande ſelon les lieux. Dans la Prevoſté de Paris elle eſt de trois toiſes, & dix perches ſont l'arpent.

La perche quarrée contient 9 toiſes quarrées, & l'arpent quarré, 100 perches quarrées.

OBSERVATIONS.

Des toiſes multipliées par des toiſes, produiſent des toiſes quarrées.

Des pieds multipliez par des pieds, produiſent des pieds quarrez : & la même choſe doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toiſes multipliées par des pieds, produiſent des pieds courant ſur toiſes : c'eſt à dire, des rectangles qui ont une toiſe de longueur & un pied de largeur.

Des toiſes multipliées par des pouces, produiſent des pouces courant ſur toiſes, c'eſt à dire, des rectangles d'une toiſe de longueur & d'un pouce de largeur. Comme des toiſes multipliées par des lignes produiſent des rectangles d'une toiſe de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliez par des pouces, produiſent des pouces ſur pieds : c'eſt à dire, des rectangles d'un pied de longueur, & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pieds, qui ſont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

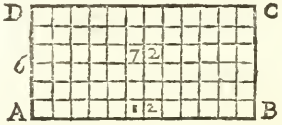
Des pouces multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pouces, qui ſont des rectangles d'un pouce de longueur, & d'une ligne de largeur.

Six pieds ſur toiſe font une toiſe quarrée.
Douze pouces ſur toiſe font un pied ſur toiſe.
Douze lignes ſur toiſe font un pouce ſur toiſe.
Douze pouces ſur pied font un pied quarré.
Douze lignes ſur pied font un pouce ſur pied.
Douze lignes ſur pouce font un pouce quarré.
Six pieds quarrez font un pied ſur toiſe.
Douces pouces quarrez font un pouce ſur pied.
Douze lignes quarrées font une ligne ſur pouce.

PROPOSITION I.

Meſurer l'aire du rectangle A C.

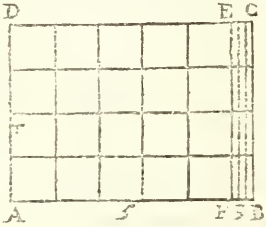
TOiſez la longueur A B & la largeur A D, & ſuppoſé que l'une ſe trouve eſtre de 12 toiſes & l'autre de 6. Multipliez 12 par 6, le produit 72 toiſes quarrées, ſera l'aire du rectangle.



12
6
72

Si A B eſt trouvée valoir 5 toiſes, 3 pieds; & B C 4 toiſes.

Multipliez les toiſes par les toiſes, 4 par 5; puis les 4 toiſes par les 3 pieds: & vous aurez de produit 20 toiſes quarrées, & 12 pieds ſur toiſes qui feront encore 2 toiſes quarrées. Ainſi le rectangle A C, ſera de 22 toiſes quarrées.



toiſes. pieds.

5 — 3
4 — 0

20 — 12
toiſes quarrées. pieds ſur toiſes.

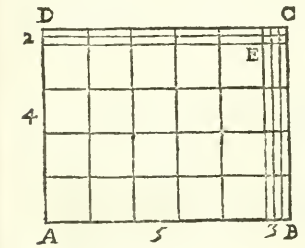
Mais ſi A B eſtoit de 5 toiſes, 3 pieds; & B C de 4 toiſes, 2 pieds: il faudroit multiplier les 5 toiſes par les 4, qui produiroient 20 toiſes quarrées.

Multiplier les 5 toiſes, par les 2 pieds; comme auſſi les 4 toiſes, par les 3 pieds; qui produiroient 22 pieds ſur toiſes.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3; qui produiroient encore 6 pieds quarrez; c'eſt à dire, un pied ſur toiſe : lequel eſtant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23, en tirer 18; c'eſt à dire, trois toiſes quarrées pour les joindre aux autres 20: & le rectangle A C, ſe trouveroit contenir 23 toiſes quarrées, & 5 pieds ſur toiſes; ou 30 pieds quarrez.

La diviſion de ces plans rectangles, ſert de demonſtration : par exemple on voit icy les 20 toiſes quarrées dans le rectangle A E: Les 22 pieds ſur toiſes, dans les rectangles D E, B E : & les 6 pieds quarrez, dans le rectangle C E.



toiſes. 5 — 3. pieds.
4 — 2.

toiſes quarrées. 20 — 10. pieds courants ſur toiſes. 12.

6 pieds quarrez.

toiſes quarrées. 33 — 8 pieds ſur toiſes.

Que ſi enfin le rectangle A R avoit les côtez O A, A K chacun de 2 toiſes, 2 pieds & 3 pouces; il faudroit multiplier les deux toiſes A D par les deux toiſes A C, qui produiroient 4 toiſes quarrées pour le quarré A B.

Multiplier les 2 toiſes A D par les 2 pieds C F, de-même que les 2 toiſes A C par les 2 pieds D H; qui produiroient 8 pieds ſur toiſes: c'eſt à dire une toiſe quarrée & 2 pieds ſur toiſes, pour les deux rectangles B F, B H.

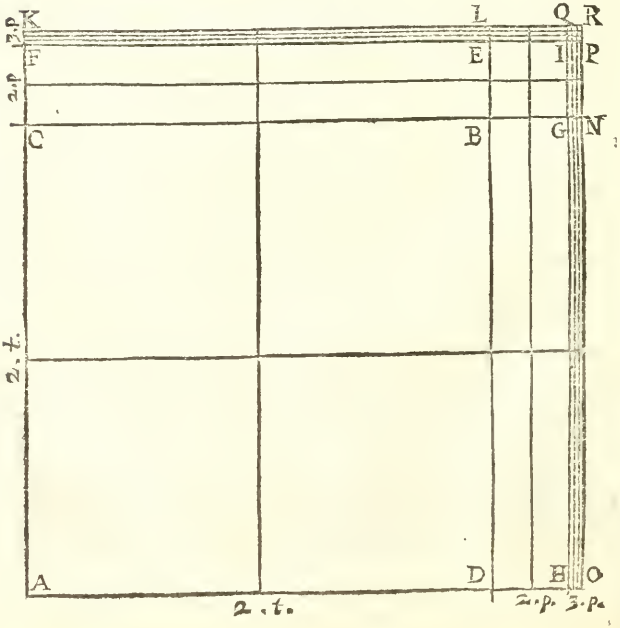
Multiplier les deux pieds D H, par les deux pieds C F; qui produiroient quatre pieds quarrez pour le contenu du rectangle E G.

Multiplier les deux toiſes A D, par les 3 pouces F K; de même que les deux toiſes A C par les 3 pouces H O, qui produiroient 12 pouces ſur toiſes: c'eſt à dire, un pied ſur toiſe, pour les deux rectangles E K, G O.

Multiplier les deux pieds D H par les 3 pouces F K, & les deux pieds C F, par les trois pouces H O; qui produiroient 12 pouces courant ſur pieds: c'eſt à dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles I L, I N.

Multiplier enfin, les 3 pouces H O, par les 3 pouces F K; qui produiroient 9 pouces quarrez pour le contenu du petit quarré I R. Et l'addition de tous ces produits eſtant faite, on trouveroit que le quarré A R contiendroit 5 toiſes, 23 pieds, & 9 pouces quarrez.

A D 2 toiſes, D H 2 pieds, H O 3 pouces.
A C 2 toiſes, C F 2 pieds, F K 3 pouces.

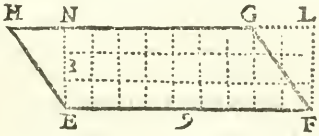


Pour éviter toutes ces differentes multiplications de toiſes par pieds, & par pouces, qui effectivement ſont fort embaraſſantes : on pourroit réduire les 2 toiſes A D & les 2 pieds D H en pouces ; tout le côté A O ſe trouveroit avoir 171 pouces : & A K luy eſtant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171 ; le produit ſeroit 29241 pouces quarrez : deſquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toiſes ; on trouveroit comme cy-deſſus, 5 toiſes, 23 pieds, & 9 pouces quarrez, pour le contenu du rectangle A R.

PROP. II.

Trouver l'aire du Parallelogramme E F G H.

MUltipliez la baſe E F, par la perpendiculaire E N ; 9 par 3, & le produit 27 qui ſera l'aire du parallelogramme E F L N, *(ſuivant la premiere)* ſera auſſi l'aire du parallelogramme propoſé, *(ſuivant la 40 du 2.)*

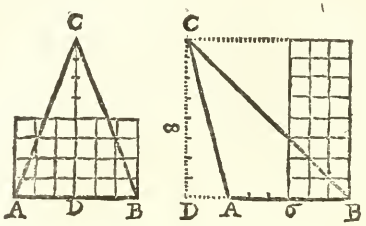


PROP. III.

Trouver l'aire du triangle A B C.

MUltipliez la baſe A B par la moitié de la perpendiculaire C D ; c'eſt à dire, 6 par 4 : ou

la perpendiculaire par la moitié de la baſe, 8 par 3; & le produit 24 ſera l'aire du triangle (*ſuivant la 3 & 6 du 4.*)



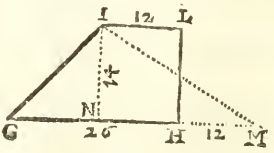
PROP. IV.

Trouver l'aire du quadrilatere G L, dont les côtez G H, I L ſont paralleles.

MEſurez les côtez paralleles I L, G H, la perpendiculaire N I; & ſuppoſe qu'I L ſe trouve eſtre de 12 toiſes, G H de 26, N I de 14.

Joignez les 12 toiſes du côté I L, aux 26 de la baſe G H, comme ſi vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle G I M; (*ſuivant la 2 du 4.*)

Multipliez la baſe G M, par la moitié de la perpendiculaire N I; c'eſt à dire 38 par 7; & le produit 266 toiſes quarrées ſera l'aire du triangle I G M (*ſuivant la 3.*) & *par conſequent* du quadrilatere propoſé qui luy eſt égal.



PROP.

PROP. V.

Trouver l'aire du quadrilatere A B C D.

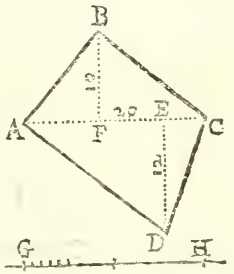
MEſurez la diagonale A C, les perpendiculaires D E, B F, & ſuppoſé que ces lignes ſe trouvent être, la premiere de 20 toiſes, la deuxiéme de 12, & la troiſiéme de 10.

Multipliez A C par la moitié de la perpendiculaire D E, le produit 120 ſera l'aire du triangle A C D.

Multipliez auſſi A C par la moitié de B F, le produit cent ſera l'aire du triangle A B C *(ſuivant la 3.)*

Additionnez ces deux produits, & leur ſomme 220 toiſes quarrées ſera l'aire du quadrilatere propoſé.

On trouvera les mêmes 220 toiſes en multipliant la ſomme des deux perpendiculaires B F, D E, qui eſt 22, par 10, moitié de la ligne A C.



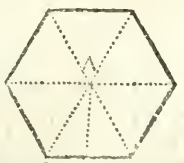
PROP. VI.

Trouver l'aire d'un Poligone regulier.

MUltipliez la perpendiculaire A B par la moitié de la baſe C D, & vous aurez l'aire du triangle A C D.

Multipliez l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du Poligone, & le produit ſera le requis.

Autrement. Multipliez les ſix côtez du Poligone par la moitié de la perpendiculaire A B ; ou



toute la perpendiculaire AB par la moitié des côtez *(suivant la 17 du 4.)*

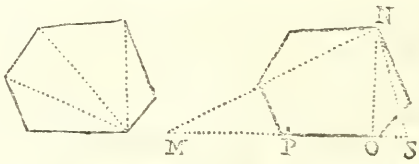
PROP. VII.

Trouver l'aire d'un Poligone irregulier.

DIviſez le Poligone par triangles.

Meſurez chaque triangle (*par la 3*,) & faites une addition du tout.

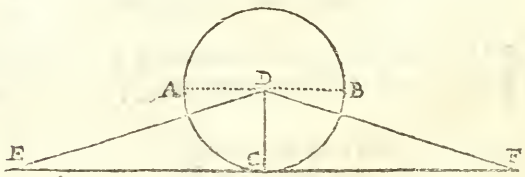
Autrement. Réduiſez le Poligone en triangle NMS (*par la 18 ou 19 du 4*,) puis multipliez la perpendiculaire NO par PS, moitié de la baſe MS.



PROP. VIII.

Trouver l'aire d'un cercle.

MUltipliez la demicirconference ACB, par le rayon CD ; le produit ſera l'aire du cercle.



Si le cercle ABC eſtoit réduit en triangle DEF (par la 43 du 4 ;) la baſe EF, ſeroit égale à la circonference du cercle ; & CF moitié de EF ; le ſeroit à la demicirconference ACB ; ainſi, DC multipliée par CF donneroit le méme produit qu'elle donneroit eſtant multipliée par la demicirconference : le pro-

duit de C D multiplié par C F seroit l'aire du triangle (suivant la 33) Donc le produit de C D multipliée par la demicirconference eſt l'aire du cercle, autrement le cercle & le triangle ne ſeroient pas égaux.

PROP. IX.

La valeur du diametre d'un cercle eſtant donnée, trouver la valeur de la circonference.

ON remarque que le diametre eſt à la circonference de ſon cercle à peu prés comme 7 à 22 : Ainſi, ſuppoſé que le diametre propoſé A B ſoit de 28 pouces, vous trouverez la valeur de la circonference demandée par une regle de proportion en diſant :

Si 7 donnent 22, combien 28, le produit 88 ſera la valeur requiſe.

PROP. X.

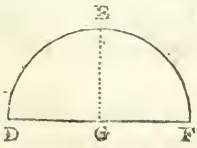
Meſurer le demicercle D E F.

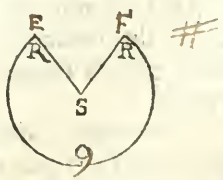
MUltipliez l'arc D E, moitié de la demicirconference D E F par le rayon D G.

PROP. XI.

Trouver l'aire du ſecteur P O R.

MUltipliez le rayon P S, par O P, moitié de l'arc P O R. Ou bien multipliez tout l'arc P O R par la moitié du rayon P S.





PROP. XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle A B C.

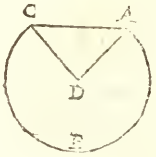
CHerchez l'aire du ſecteur A B C D (*par la precedente*,) puis l'aire du triangle A B C (*par la 3.*)

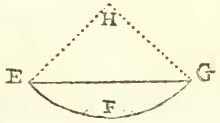
PROP. XIII.

Trouver l'aire du petit ſegment E F G.

TIrez au centre de l'arc, les rayons E H, G H. Cherchez l'aire du ſecteur H E F G (*par la* 11.)

Oſtez de ce ſecteur, l'aire du triangle E G H, & le reſte ſera l'aire du ſegment propoſé.





PROP. XIV.

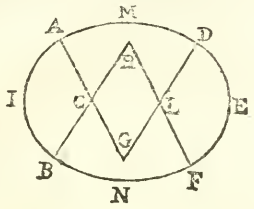
Trouver l'aire de l'ovale A F.

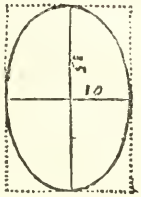
MEſurez les ſecteurs A C B I, D E F L, B H F N, A G D M (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange C G L H qui eſt commun aux deux grands ſecteurs, & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. Multipliez les deux diametres l'un par l'autre, 15 par 10, le produit ſera 150.

Multipliez cette ſomme 150 par 11, & diviſez le produit 1650 par 14, le quotien 117 $\frac{6}{7}$ ſera à peu prés l'aire de l'ovale.

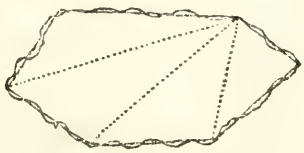




PROP. XV.

Trouver l'aire d'un terrain dont le contour eſt ondoyant.

IL faut rectifier les ondoyments de ce terrain par pluſieurs lignes droites que l'on conduira avec cette diſcretion, qu'elles laiſſent d'un côté le plus exactement qu'il ſera poſſible la valeur du terrain qu'elles retrancheront de l'autre, puis trouver le requis par la 7.



CHAPITRE HUITIE'ME.

TRIGONOMETRIE ou Doctrine des Triangles rectilignes par le calcul.

LEs Propoſitions de ce Chapitre ſont de trouver par le calcul, quelque terme dans un Triangle; comme un coſté ou un angle qu'on ne peut, ou du moins qu'on ſuppoſe ne pouvoir eſtre meſuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle, la valeur d'un angle ou d'un coſté par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme

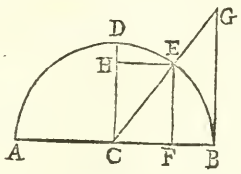
Deux coſtez & un angle, ou
Deux angles & un coſté, ou
Trois coſtez.

Sçachez de plus, que les Angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs degrez; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Secantes: & c'eſt de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoiſſance, par une figure Geometrique.

Soit le demicercle A B D, le rayon C D perpendiculaire ſur C B, le point E pris à volonté dans la circonference, la perpendiculaire E F, la parallele

EH, la ligne CG rencontrant la perpendiculaire BG : On appelle

La ligne
- CD ou CB, Sinus total, ou Sinus de l'angle droit BCD.
- EF Sinus droit des angles BCE, ECA.
- EH, Sinus de complement. *Son arc DE avec l'arc du Sinus droit BE, fait le quart de cercle.*
- BG, Tangente de l'angle BCE.
- CG, Secante du méme angle BCE.



Que si l'on suppose autant de Sinus droits EF, & autant de Tangentes & de Secantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle BD, il est évident que ce seront autant de lignes de differentes longueurs, qui seront d'autant plus courtes que le point E sera plus éloigné du Sinus total CD, & que faisant valoir ce Sinus total 100000, *ou* 10000000 *de parties égales, les autres lignes seront toutes de valeur differentes, répondant aux differentes ouvertures des angles dont elles seront ou les Sinus, ou les Tangentes, ou les Secantes : & c'est de ces diverses Sinus, Tangentes & Secantes qu'on a composé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre pour venir ensuite à leur usage.*

Il y a ordinairement deux Tables pour un degré, ainsi chaque Table est de 30 *minutes.*

Une table a six colonnes, la premiere contient les Minutes avec les degrez marquez au haut ou au bas.

La seconde contient les Sinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troiſiéme contient les Tangentes, & la quatriéme les Secantes.

Les deux autres colonnes ſont composées de ces Sinus & Tangentes, qu'on appelle Logarithmes.

Ces Tables qui occupent chacune une page, ſont accouplées de maniere que les Sinus, Tangentes & Secantes de l'une, ſont les ſupplements des Sinus, Tangentes & Secantes de l'autre; c'eſt à dire, que prenant un Sinus dans la Table de la main droite, celuy qui eſt vis à vis dans la Table de la main gauche, eſt ſon Sinus de ſupplement; qu'au contraire, prenant un Sinus dans la Table de la main gauche, celuy de la droite, en ſera le ſupplement; de ſorte que les angles des deux Sinus qui ſe regardent, valent ordinairement pris enſemble, un angle droit; & la même choſe doit s'entendre des Tangentes & des Secantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de degrez en degrez, depuis un juſques à quarante-cinq; & celles qui ſont à droite, continuent auſſi de degrez en degrez, juſques à quatre-vingt-dix; mais en retrogradant de la fin du livre vers le commencement: de maniere que la premiere & la derniere Table ſe trouvent à l'entrée du Livre vis à vis l'une de l'autre.

Tout cela eſtant expliqué il ne vous ſera pas difficile de trouver dans ces Tables, le Sinus, la Tangente ou la Secante d'un angle propoſé; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par ſon Sinus, ſa Tangente ou ſa Secante. On demande par exemple, le Sinus de 30 degrez 15 minutes, il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 degrez, à coſté de 15 minutes ſe trouvera le Sinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 ſe trouve dans la colonne des Sinus à coſté de 15 minutes & dans la table de 30 degrez, vous concluez qu'il eſt le Sinus d'un an-

gle de 30 degrez 15 minutes, & ainſi des Tangentes & des Secantes.

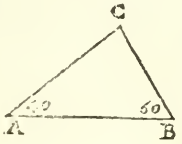
PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A & B du triangle A B C eſtant connuë, trouver la valeur du troiſiéme.

QUe l'angle A ſoit de 40 degrez, & l'angle B de 60. Les deux joints enſemble feront la ſomme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris enſemble, 180 (*par la 29 du 2.*)

Oſtez 100, de 180, reſtera 80 degrez pour l'angle C.



A B C	180
A B	100
C	80

Uſage des Sinus.

PROP. II.

La valeur des Angles A & B, & du coſté A C eſtant connuë trouver celle du coſté B C.

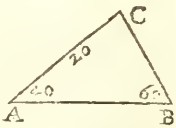
PRenez dans les Tables le Sinus de l'angle B, & celuy de l'angle A; le premier ſera 86603 & le deuxiéme 64279 : faites enſuite une regle de proportion, diſant :

Si le Sinus de l'angle B, 86603, donne 20 toiſes pour le coſté oppoſé A C, que donnera le Sinus de l'angle A. 64279, pour le coſté oppoſé B C.

La regle faite, vous aurez pour le côté BC, 14 toiſes & plus, & les mêmes 14 toiſes ſe trouveront auſſi par cette autre analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle A —— 64279
Ainſi le coſté AC ——— 20
au coſté BC ——— 14

Que ſi vous deſirez venir à une plus grande préciſion, c'eſt à dire, ſi vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté BC, ſousdiviſez les 20 toiſes du côté AC en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il eſt neceſſaire; & au lieu de 20 toiſes, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toiſes AC: & la regle faite, comme cy-deſſus, le côté CB ſe trouvera valoir 14 toiſes, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque choſe de plus.



Pour avoir la valeur du côté AB, il faudra chercher celle de l'angle C, qui ſe trouvera de 80 degrez (*par la* 1,) & faire enſuite cette analogie.

Comme le Sinus de l'angle B —— 86603
au Sinus de l'angle C —— 98481
Ainſi le coſté AC ——— 20
au coſté demandé AB ——— 22

PROP. III.

La valeur des coſtez B C, A C, & de l'angle A eſtant connuë, trouver celle de l'angle B.

CHerchez le Sinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la regle de proportion, en cette ſorte.

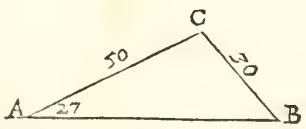
Si le coſté B C de 30 toiſes, donne 45399, pour le Sinus de l'angle A, que donnera A C de 50 toiſes pour le Sinus de l'angle B.

La regle faite, vous aurez 75665 pour le Sinus demandé.

Cherchez ce Sinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il eſt d'un angle de 49 degrez 10 minutes.

On peut faire auſſi l'analogie ſuivante.

Comme le coſté B C de 30, au coſté A C de 50:
Ainſi le Sinus de l'angle A —— 45399
au Sinus de l'angle B —— 75665



PROP. IV.

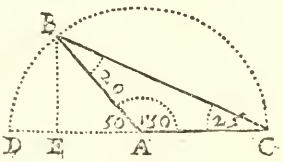
Trouver la valeur du coſté B C oppoſé à l'angle A qui eſt obtus.

LE Sinus B E eſt commun aux deux angles B A C, B A D, d'où il s'enſuit qu'il peut eſtre pris indifferemment pour l'aigu B A D, de 50 degrez; comme pour l'obtus B A C de 130: mais il faut obſerver qu'il ne peut eſtre trouvé dans les Ta-

bles que par la valeur de l'angle aigu, les degrez des Tables n'allant pas au delà de 90 : c'eſt pourquoy le Sinus 76604, que nous prenons icy pour l'angle obtus B A C, doit eſtre cherché par les 50 degrez de l'angle aigu B A D : cela connu, faites voſtre analogie à l'ordinaire diſant :

Si le Sinus de l'angle C, 42262 donne 20 pour le coſté A B, que donnera le Sinus de l'angle B A D, 76604.

La Regle faite, le côté B C ſe trouvera valoir $36, \frac{10648}{42231}$



Uſage des Tangentes & Secantes.

PROP. V.

L'angle A eſtant droit, & l'angle B connu avec le coſté d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire A C & de l'hypotenuſe B C.

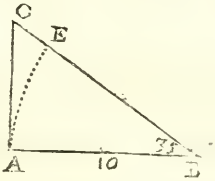
SUppoſé l'arc A E, décrit du point B, la perpendiculaire A C ſera Tangente, B C Secante, & la baſe A B Sinus total.

Cherchez dans les Tables, la Tangente & la Secante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies ſuivantes, qui produiront la valeur des lignes A C, B C.

Premierement, *comme le Sinus total* — 100000
à la Tangente — 70021
De même, la baſe AB — 10
à la perpendiculaire AC — 7
2. *Comme le Sinus total* — 100000
à la Secante — 122077
Auſſi la baſe AB — 10
à l'hypotenuſe BC — 12

Autrement :

Comme le Sinus total 100000, *à la baſe AB*, 10: *ainſi la Tangente* 70021, *à la perpendiculaire AC*, 7. *Et la Secante* 122077, *à l'hypotenuſe BC*, 12.



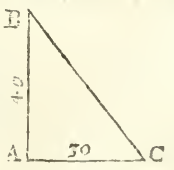
PROP. VI.

Les coſtez AB, AC compoſant un angle droit eſtant connus, trouver l'hypotenuſe BC.

SUppoſé le côté AB de 40 toiſes, & le coſté AC de 30.

Multipliez AB par luy-même, c'eſt à dire 40 par 40, le produit 1600 ſera ſon quarré.

Multipliez auſſi 30 par 30, & le produit 900, ſera le quarré du coſté AC (*ſuivant la* 1 *du* 7.)

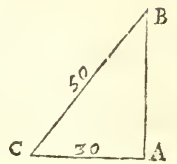


Additionnez ces deux quarrez, & de leur ſomme 2500, tirez la racine quarrée, qui ſera la valeur de l'hypotenuſe BC (*par la* 45 *du* 2.)

PROP. VII.

L'hypotenuſe B C eſtant connuë, avec la jambe A C trouver l'autre jambe A B qui fait l'angle droit B A C.

OStez du quarré de B C, le quarré d'A C, je veux dire ôtez 900 de 2500; reſtera 1600 dont la racine quarrée 40 ſera la grandeur de la jambe A B.



PROP. VIII.

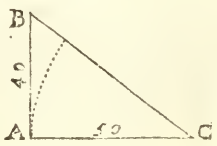
Les coſtez A B, A C compoſant l'angle droit A, eſtant connus, trouver les deux angles B & C.

SUppoſé qu'A C ſoit Sinus total & A B tangente.

Comme la jambe A C, 50; *à la jambe A B*, 40: *Le Sinus total A C* 100000, *à la Tangente A B* 80000.

Cherchez cette Tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 degrez à coſté de 40 minutes, concluez que l'angle C eſt de 38 degrez 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit eſtre trouvée de la même ſorte en poſant A C pour Tangente, & A B pour Sinus total; mais elle vous ſera connuë plus aiſément par la premiere Prop.

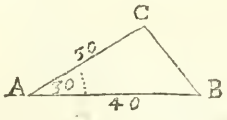


PROP. IX.

L'angle A, & les coſtez qui le compoſent eſtant connus, trouver les autres angles.

LEs trois angles d'un triangle, mis enſemble, valent 180 degrez; ainſi l'angle A de 30 degrez eſtant ſouſtrait de 180, reſte pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour Tangente 373205 : cela connu faites l'analogie ſuivante.

Comme la ſomme des coſtez connus A B, A C, 70
à leur difference —— 10
ainſi la tangente de 75 degrez —— 373205
à une tangente demandée —— 53315



Cherchez dans les Tables cette Tangente 53315, & vous trouverez que ſon angle ſera de 28 degrez 4 minutes.

Joignez ces 28 degrez 4 minutes, à 75 degrez moitié de la ſomme des angles inconnus, & vous aurez 103 degrez 4 minutes, pour l'angle C oppoſé au plus grand coſté A B.

Oſtez auſſi ces 28 degrez 4 minutes, des mêmes 75 degrez, & le reſte 46 degrez 56 minutes, ſera la valeur de l'angle B.

PROP. X.

L'Angle B eſtant connu avec les coſtez qui le compoſent, trouver la perpendiculaire C E.

SUppoſé la perpendiculaire A D, & le coſté B C, continuez juſqu'en D; ſi on prend A B pour

Sinus total, B D ſera Secante de l'angle B.

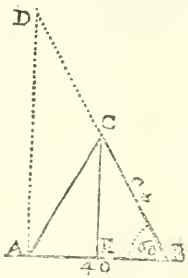
Cherchez dans les Tables la Secante de 60 degrez, elle ſe trouvera de 200000. *Or*

Comme le Sinus total A B de 100000, *à A B de* 40 :

La Secante B D de 200000, *à B D de* 80 (par la 5)

Et comme B D de 80 ; *à B C de* 40 :

ainſi A B de 40 ; *à B E de* 20.



Donc comme B C à C D, B E à E A (*par la* 52 *du* 2.)

Et A D eſtant perpendiculaire, E C l'eſt auſſi (*par la* 57 *du* 2.)

Enfin ayant encore poſé B E pour Sinus total, vous trouverez que

Comme le Sinus total B E — 100000
à la tangente E C — 173205
Ainſi la baſe B E —— 20
à la perpendiculaire E C — $34\frac{641}{1000}$

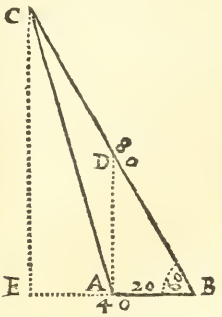
PROP. XI.

L'Angle B & les coſtez A E, B C eſtant connus, trouver la perpendiculaire C E.

QUe la ligne A D ſoit perpendiculaire, & A B Sinus total ; B D ſera Secante de l'angle B. Cela eſtably faites

Comme

Comme A B Sinus total — 100000
à la Secante B D — 200000
Ainſi la baſe A B, 20 ; *à l'hypotenuſe B D*, 40.



De plus,
Comme B D, 40 ; *à B C*, 80 :
A B, 20 ; *à B E*, 40.
Et poſant encore B E pour Sinus total
Comme B E Sinus total — 100000
à C E Tangente de l'angle B — 173205
Ainſi la baſe B E — 40
à C E qui eſt la perpendiculaire demandée — $69\frac{141}{500}$

PROP. XII.

Les trois coſtez du triangle A B C eſtant connus, trouver la valeur de l'angle C.

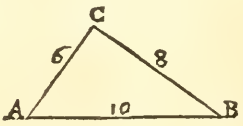
SUppoſé qu'A B ſoit de 10 toiſes, A C de 6, & B C de 8. La difference des côtez A C, B C qui compoſent l'angle C, ſera de 2.

Multipliez 10 par 10, le produit 100 ſera le quarré du côté A B, oppoſé à l'angle C.

Oſtez du quarré d'A B, le quarré de la difference des côtez A C, B C ; c'eſt à dire, ôtez 4 de 100, reſtera 96, auſquels ajoûtez cinq nuls, qui feront 9600000.

Multipliez les côtez AC, BC l'un par l'autre, je veux dire 6 par 8, & le produit 48 eſtant doublé, donnera 96.

Diviſez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le Sinus total 100000; d'où vous conclurez que l'angle C eſt droit.



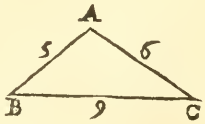
PROP. XIII.

Les trois coſtez du triangle ABC eſtant connus trouver la valeur de l'angle A qui eſt obtus.

LE quarré de la difference des côtez AB, AC, c'eſt à dire un; eſtant ſouſtrait du quarré de BC, 81; reſte 80, leſquels joints à cinq nuls, font 8000000.

Les côtez AB, AC multipliez l'un par l'autre, produiſent 30, dont le double eſt 60.

Les 8000000 diviſez par 60 donnent 133333, deſquels l'unité retranché, c'eſt à dire, le Sinus de l'angle droit, reſte 33333 Sinus d'un angle de 19 degrez 28 minutes; d'où nous connoiſſons que l'angle A vaut outre l'angle droit, 19 degrez 28 minutes, & que par conſequent il eſt de 109 degrez 28 minutes.



PROP. XIV.

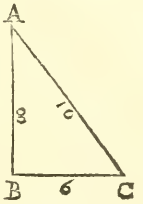
On demande la valeur de l'angle A qui eſt aigu.

LE quarré du côté B C oppoſé à l'angle A eſt 36. Le quarré de la difference des coſtez A B, A C eſt 4.

Quatre ſouſtrait de 36, reſte 32; & cinq nuls ajoûtez font 3200000.

Les côtez A B, A C multipliez l'un par l'autre, produiſent 80, dont le double eſt 160.

Les 3200000 diviſez par 160, donnent 20000, leſquels ſouſtraits du Sinus total 100000, reſte le Sinus 80000, lequel eſtant trouvé dans la Table de 53 degrez, ſon ſupplement 59995 qui eſt le Sinus vis à vis, eſt celuy de l'angle A, 36 degrez 52 minutes.

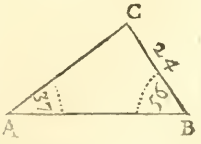


Uſage des Logarithmes.

PROP. XV.

Les angles A, B, & le coſté B C eſtant connus, trouver par les Logarithmes, la valeur du coſté A C.

L'Uſage des Sinus & Tangentes Logarithmes, differe de l'uſage des autres Sinus & Tangentes; en ce que les analogies y ſont reſoluës ſeulement par additions & ſouſtractions : & ſans qu'on y poſe jamais pour termes, aucune ſomme de toiſes, pieds ou pouces. C'eſt à dire que de même qu'on met un Sinus ou une Tangente Logarithme pour le nombre des degrez & minutes d'un angle, on met auſſi un Logarithme pour le nombre des toiſes, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

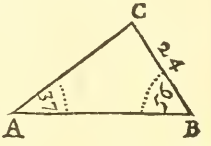


Les nombres & leurs Logarithmes ſont par colomnes dans les Tables qui ſuivent celles des Sinus. On cherche dans les nombres celuy qui eſt donné pour la valeur d'une ligne, & à côté ſe trouve ſon Logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les Sinus Logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B: & le Logarithme 138021 pour le côté C B de 24 toiſes, il faut faire la Regle de proportion ſuivante.

Si le Sinus Logarithme de l'angle A, 977946
donne le Logarithme du coſté B C, 138021
que donnera le Sinus Logarithme de l'angle B,
991857.

Ajoûtez le deuxiéme terme de l'analogie au troiſiéme, & de leur ſomme 1129878, ôtez le premier, le reſte ſera le Logarithme demandé, 151932.



Cherchez ce Logarithme dans les Tables des Logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33; dites que 33 eſt la valeur du côté A C.

On peut examiner par ces calculs certaines Propoſitions qui ſont ſans preuves, & qui ſemblent eſtre juſtes dans la pratique, telles que ſont les Propoſitions 23, 24, & 25 du troiſiéme Chapitre, que je n'ay avancé qu'à deſſein d'en faire l'examen en cet endroit.

PROP. XVI.

Nous diſons que l'arc D F coupé ſuivant la 23 Propoſition du 3 Chapitre, eſt à peu prés la ſeptiéme partie de la circonference du cercle, & on veut ſçavoir en quoy conſiſte cet à peu prés.

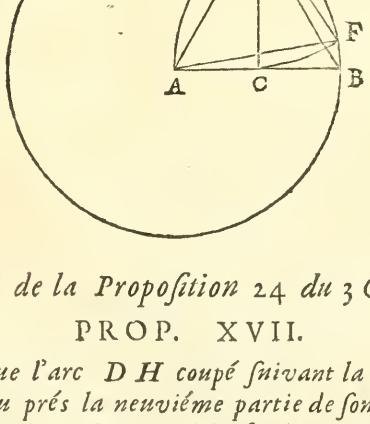
TIrez les droites A D, B D, le triangle A B D ſera équilateral (*par la 12 du 3,*) & ſes angles eſtant égaux, ils ſeront chacun de 60 degrez.

Posez BC pour Sinus total 100000, l'angle B qui est de 60 degrez donnera 200000 pour la Secante BD, & 173205 pour la Tangente CD.

Les droites AD, AF qui sont égales à la Secante BD, seront donc chacune de 200000, & DF que nous avons coupé égale à la Tangente CD, sera de 173205.

Les trois côtez du triangle ADF estant connus, cherchez la valeur de l'angle DAF (*par la* 14) elle se trouvera de 51 degrez 19 minutes.

L'angle au centre d'un Eptagone est de 51 degrez 25 minutes & quelques secondes (*par la* 18 *du* 3.) Donc l'arc DF est trop petit de 6 minutes & quelques secondes.



Examen de la Proposition 24 *du* 3 *Chapitre.*

PROP. XVII.

On dit que l'arc DH coupé suivant la 24 *du* 3, *est à peu prés la neuviéme partie de son cercle, & nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien.*

LE triangle EFG est équilateral, ainsi l'angle GEF est de 60 degrez, & l'angle droit AEF

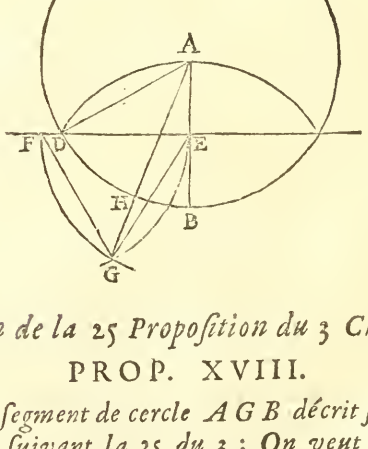
luy eſtant joint, l'angle GEA eſt de 150 degrez.

La ligne GE coupée égale au rayon AB eſt double de ſa moitié AE, & ſuppoſant AE valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE ſera de 400.

Les deux côtez GE, AE eſtant connus, avec l'angle d'entre-deux AEG, l'angle GAE ſe trouvera valoir 20 degrez 6 minutes (*ſuivant la* 9.)

Oſtez l'angle GAE de l'angle DAE; je veux dire, ôtez 20 degrez 6 minutes de 60 degrez, reſtera 39 degrez 54 minutes pour l'angle DAH.

L'angle du centre dans l'Eneagone eſt de 40 degrez; donc l'angle DAH, ou ſon arc DH eſt trop petit de 6 minutes.



Examen de la 25 *Propoſition du* 3 *Chapitre.*

PROP. XVIII.

Suppoſé le ſegment de cercle AGB décrit ſur la droite AB ſuivant la 25 *du* 3 : *On veut ſçavoir la difference qu'il y a entre l'angle AFB & le vray angle, au centre d'un Eneagone regulier.*

SUppoſé les droites AD, BD, BE, AF: l'angle ABD eſt de 60 degrez, ſa moitié DBE de

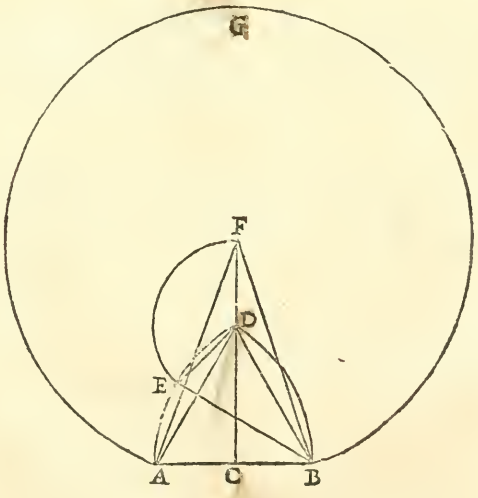
30 ; & 30 ôtez de 180 , valeur des trois angles du triangle iſocele DBE ; reſte 150, ou plûtôt 75 pour chacun des angles EDB, DEB.

Que ſi vous ſuppoſez BD valoir 100000 parties égales, la droite DE ou ſon égale DF ſera de 51763 (*par la* 2.)

De plus, l'angle BDC eſt de 30 degrez, & ſon ſupplement BDF de 150 (*par la* 18 *du* 2.)

La valeur de DB, de DF, & de l'angle BDF eſtant connuë, l'angle BFC ſe trouvera de 19 degrez 52 minutes (*par la* 9,) & le double AFB de 39 degrez 44 minutes.

L'angle du centre dans l'Eneagone eſt de 40 degrez ; donc l'angle AFB eſt trop petit de 16 minutes.



CHAPITRE NEUVIE'ME.

Des Corps ou Solides.

DEFINITION I.

LE Corps eſt une quantité étenduë en longueur, largeur, & profondeur.

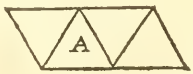
2.

Le Corps eſt regulier quand une moitié eſt ſemblable & égale à l'autre : & il eſt regulier en tous ſens, lors que toutes ſes parties ſont égales & ſemblables.

On compte ſeulement ſix Corps parfaitement reguliers ; le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, l'Icoſaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers ſont inſcriptibles.

3.

Le Tetraëdre eſt terminé par quatre triangles équilateraux de même grandeur.



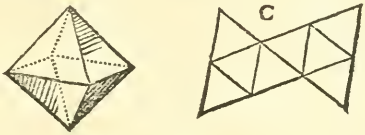
4.

L'Exaëdre ordinairement nommé Cube, ou Dé,

eſt borné de ſix plans ou ſurfaces quarrées & égales.

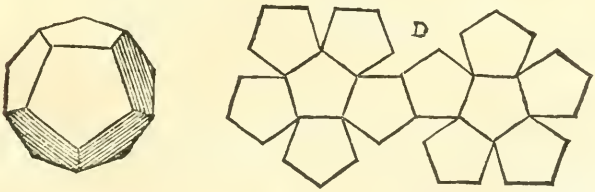
5.

L'Octaëdre eſt contenu ſous huit triangles égaux & équilateraux.



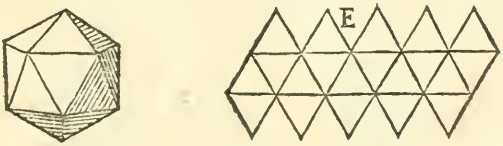
6.

Le Dodecaëdre eſt compris ſous douze Pentagones reguliers, & égaux.



7.

L'Icoſaëdre eſt de vingt ſurfaces triangulaires, égales & équilaterales.



Les figures A, B, C, D, E, montrent comme on peut couper de la carte pour faire en relief ces cinq premiers corps.

8.

La Sphere eſt compriſe ſous une ſeule ſurface vers laquelle toutes les lignes tirées du centre ſont égales.

9.

Le diametre ſur lequel la Sphere tourne eſt nommé Axe ou Eſſieu.

Les autres Corps que les Geometres conſiderent particulierement, ſont le Parallelipipede, le Priſme, la Piramide, & le Spheroïde.

10.

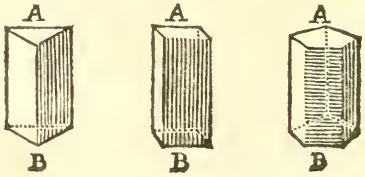
Le Parallelipipede eſt un Corps compris ſous ſix parallelogrammes, dont les oppoſez ſont paralleles & égaux.

11.

Le Priſme eſt un Corps regulierement & également compris entre deux ſurfaces ſemblables, paralleles & égales.

12.

Le Priſme eſt dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. ſuivant la figure des Plans A & B, entre leſquels il eſt compris.



13.

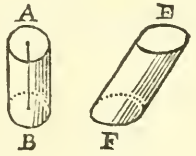
Le Priſme eſt appellé Cylindre lors qu'il eſt rond en maniere de colonne.

14.

Si un cylindre poſé ſur un plan de niveau ſe trouve à plomb comme A B, il eſt compris entre deux cercles : mais s'il ſe trouve incliné comme E F, il eſt compris entre deux Ovales.

15.

L'Axe du Cylindre eſt une ligne qui paſſe par les centres des plans oppoſez A, B, & ſur laquelle ce corps eſt ſuppoſé tourner, ou pouvoir tourner.



16.

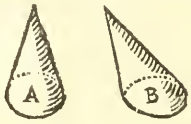
La Pyramide eſt un Corps dont les parties en s'élevant ſur une baſe, vont ſe réunir à un point qu'on nomme ſommet.

17.

La Pyramide prend auſſi une dénomination de la figure de ſa baſe : on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; ſi ſa baſe eſt un triangle, un quarré, ou un pentagone.

18.

Le Cone eſt une Pyramide qui a un cercle pour baſe lors qu'il eſt droit ſur ſon plan, ou une Elipſe, s'il eſt incliné comme le Cone B.

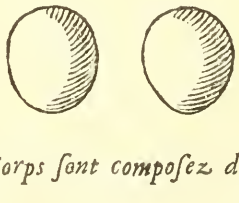


19.

Le Corps Spheroïde, eſt une Sphere alongée ou oblongue.

20.

Le Spheroïde Eliptique eſt de la figure d'un œuf.



Tous autres Corps ſont compoſez des precedens.

21.

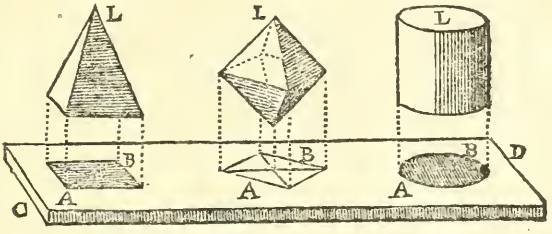
Le Devis Geometrique ou Perſpectif d'un Corps, eſt une deſcription qu'on fait de toutes ſes dimentions & meſures; ou par le moyen de deux deſſeins, le premier nommé Plan ou Ichnographie; & le deuxiéme Elevation ou Ortographie; ou par un ſeul appellé Senographie.

22.

Le Plan ou l'Ichnographie, eſt une figure plane

qui repreſente les dimentions horiſontales du Corps.

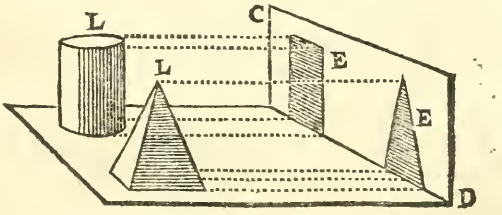
Comme une figure A B, qui ſeroit produite ſur le pavé C D, par les à plombs abaiſſées de toutes les parties du Corps L.



23.

L'Elevation ou l'Ortographie eſt la figure plane qui repreſente les dimentions verticales, je veux dire, les hauteurs du Corps.

Comme ſeroit une ſigure E, décrite par des paralleles horiſontales conduites de toutes les parties du Corps L, juſqu'au plan ou ſurface verticale C D.

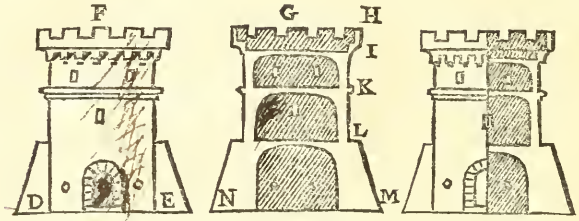


24.

Une Elevation eſt donnée quelquefois en deux deſſeins, l'un appellé Face, & l'autre Coupe. Les parties anterieures du Corps ſe voyent dans le premier, & les interieures dans le deuxiéme.

25.

On appelle Profil, le contour ou les extrémitez d'une Coupe.

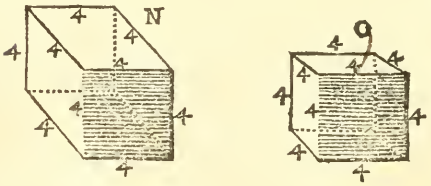


DEF; Face. GNM, Coupe. HIKLM, Profil.

26.

La Senographie eſt un deſſein qui repreſente le Corps entier avec toutes ſes dimentions, hauteurs, largeurs, & profondeurs.

Ce deſſein eſt Geometrique, ſi toutes ſes lignes peuvent eſtre meſurées avec une échelle commune: & Perſpectif ſi elles ne peuvent l'eſtre que par des échelles de Perſpective, le Corps eſtant repreſenté tel qu'il eſt veu d'un coup d'œil, ou comme il ſeroit apperceu d'un ſeul endroit.



N. Cube Geometrique.

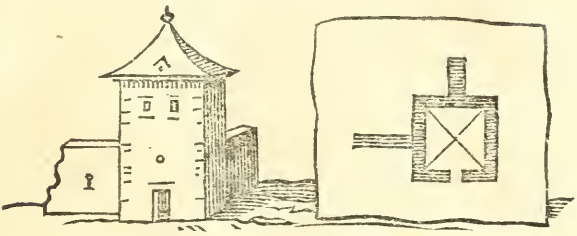
O. Cube Perſpectif.

27.

Talu, eſt la pente qu'on donne à un Corps pour le ſoûtenir. *Comme la pente L M.*

28.

Lever le plan d'un Corps, d'une Tour par exemple, c'eſt décrire la figure du terrain qu'elle occupe ſur le niveau de ſes fondemens.



Du Toiſé des Solides.

ON meſure les Solides par toiſes cubes, & par parties de toiſes cubes.

La toiſe cube eſt un parallelipipede rectangle qui a ſix pieds de hauteur, ſix pieds de largeur, & ſix pieds de profondeur.

Ses parties ſont le pied, le pouce, & la ligne ſolide; ſur toiſe, ſur pied & ſur pouces quarrez. Le pied, le pouce & la ligne ſolides courant ſur toiſe, ſur pied, & ſur pouce. Le pied, le pouce, & la ligne cube.

Le pied ſolide ſur toiſe quarrée, eſt un parallelipipede d'un pied d'épaiſſeur ſur une toiſe quarrée.

Le pied ſolide courant ſur toiſe, eſt un parallelipipede d'une toiſe de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pied quarré.

Six pieds ſolides ſur toiſe quarrée, font une toiſe cube.

Six pieds ſolides courant ſur toiſe font un pied ſolide ſur toiſe quarrée.

Six pieds cubes font un pied ſolide courant ſur toiſe.

Deux cent & ſeize pieds cubes font une toiſe cube.

Le pouce ſolide ſur pied quarré, eſt un parallelipipede d'un pouce d'épaiſſeur ſur un pied quarré.

Le pouce ſolide courant ſur pied eſt un parallelipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces ſolides ſur pied quarré font un pied cube.

Douze pouces ſolides courant ſur pied, font un pouce ſolide ſur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce ſolide courant ſur pied.

Mil ſept cent vingt-huit pouces cubes font un pied cube.

La ligne ſolide ſur pouce quarré eſt un parallelipipede d'une ligne d'épaiſſeur ſur un pouce quarré.

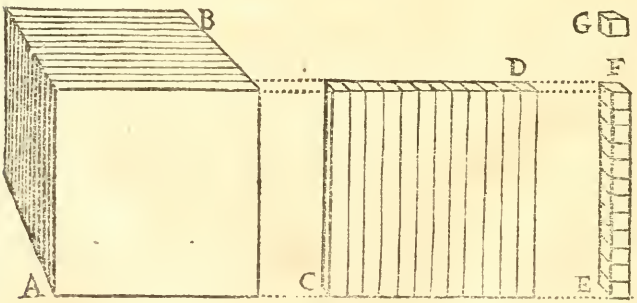
La ligne ſolide courante ſur pouce, eſt une parallelipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes ſolides ſur pouce quarré font un pouce cube.

Douze lignes ſolides courantes ſur pouce, font une ligne ſolide ſur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne ſolide courante ſur pouce.

Mil ſept cent vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.



A B, douze lignes ſolides ſur pouce quarré, faiſant un pouce cube.

C D,

C D, douze lignes ſolides courantes ſur pouce, faiſant une ligne ſolide ſur pouce quarré.

E F, douze lignes cubes faiſant une ligne ſolide courante ſur pouce.

G, une ligne cube.

OBSERVATIONS.

DEs ſurfaces multipliées par des lignes produiſent des ſolides.

Des toiſes quarrées multipliées par des toiſes ſimples, produiſent des toiſes cubes.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds courant ſur toiſes; ou des toiſes quarrées multipliées par des pieds ſimples, produiſent des pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds quarrez produiſent des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds courant ſur toiſes, produiſent auſſi des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds quarrez, produiſent des pieds cubes.

Des pieds ſimples multipliez par des pouces courant ſur pieds, produiſent des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des pieds quarrez multipliez par des pouces ſimples, produiſent auſſi des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des pieds ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces ſolides courant ſur pieds.

Des pouces ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces cubes.

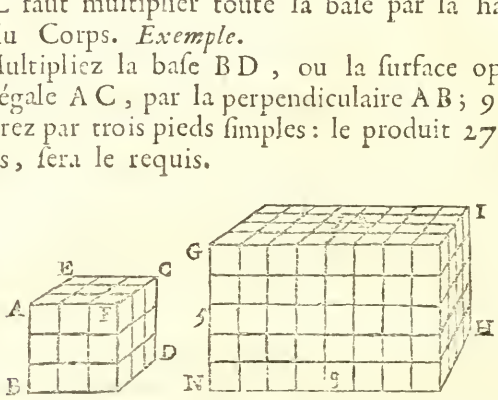
La même choſe eſt des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Meſurer un Cube, ou un Parallelipipede.

IL faut multiplier toute la baſe par la hauteur du Corps. *Exemple.*

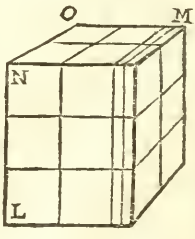
Multipliez la baſe BD, ou la ſurface oppoſée ſon égale AC, par la perpendiculaire AB; 9 pieds quarrez par trois pieds ſimples: le produit 27 pieds cubes, ſera le requis.



Les 9 pieds quarrez de la ſurface AECF, ont chacun ſous ſoy une colomne compoſée de 3 pieds cubes, & trois fois 9, font 27.

Pour avoir le contenu du Parallelipipede GH, il faut multiplier comme cy-deſſus, les parties de la ſurface GI, par les parties de la perpendiculaire GN, 32 par 5: & le produit 160 pieds cubes ſera le requis.

Si le parallipipede LM avoit ſa hauteur LN de 3 toiſes, ſa longueur OM de 2 toiſes 2 pieds, & ſa largeur NO de 2 toiſes; il faudroit multiplier MO par ON, 2 toiſes 2 pieds, par 2 toiſes; le produit ſeroit 4 toiſes quarrées, 4 pieds ſur toiſes, pour la ſurface NM.



Multiplier cette ſurface NM par la hauteur LN, 4 toiſes quarrées, & 4 pieds ſur toiſes, par 3 toiſes. Le produit ſeroit 12 toi-

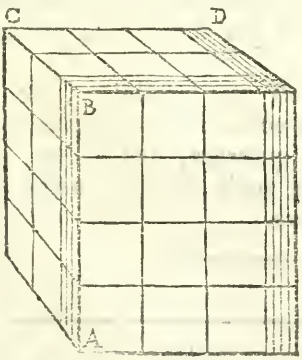
ſes cubes, & 12 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, qui feroient encore 2 toiſes cubes, leſquelles eſtant jointes aux 12, le Corps L M ſe trouveroit contenir 14 toiſes cubes.

Toiſes quarrées.	pieds ſur toiſes.
4	4
3	
12	12

Mais ſi A B eſtoit de 4 pieds, B C de 2 pieds 3 pouces, & C D de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premierement trouver le contenu de la ſurface B D qui ſeroit de 6 pieds quarrez, 17 pouces ſur pieds, & 12 pouces quarrez. *Puis*

Multiplier les 6 pieds de la ſurface, par les 4 de la hauteur, le produit ſeroit 24 pieds cubes.

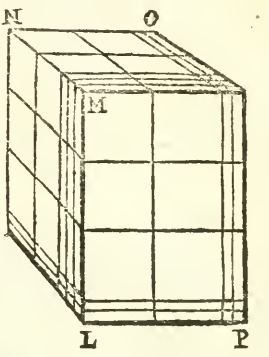
Multiplier les 17 pouces de la ſurface par les 4 pieds de la hauteur, le produit ſeroit 68 pouces ſolides ſur pieds quarrez.



pieds quarrez.	pouces ſur pieds.	pouces quarrez.
6	17	12
4		
24	68	48
pieds cubes.	pouces ſolides ſur pieds quarrez.	pouces ſolides courant ſur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrez de la ſurface, le produit ſeroit 48 pouces ſolides courant ſur pieds, *c'eſt à dire*, 4 pouces ſolides ſur pieds quarrez, leſquels

eſtant joints aux 68 feroient 72, c'eſt à dire 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du Corps A D.



Pour avoir le contenu du parallelipipede L O qui a ſa ſurface M O de 4 toiſes quarrées, 10 pieds courant ſur toiſes, 6 pieds quarrez; & ſa hauteur L M de 3 toiſes 2 pieds, il faudroit

Multiplier les toiſes par les toiſes, 4 par 3; le produit ſeroit 12 toiſes cubes.

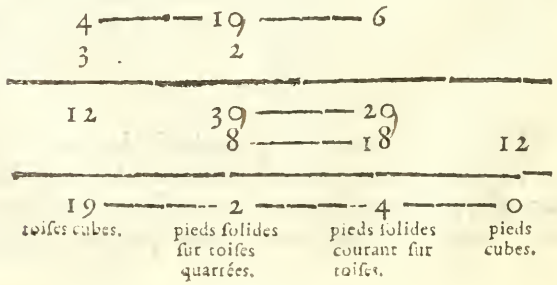
Multiplier les toiſes par les pieds, 3 par 19; & 4 par 2: les produits ſeroient 30, & 8 pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit ſeroit 20 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 3 toiſes par les 6 pieds quarrez, le produit ſeroit 18 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit ſeroit 12 pieds cubes.

Enfin additionner tous ces produits, & le Corps L O ſe trouveroit contenir 19 toiſes cubes, 2 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, *c'eſt à dire*, un tiers de toiſe cube, & 4 pieds ſolides courant ſur toiſes, ou 24 pieds cubes.



Si on avoit encore à meſurer le parallelipipede A D qui a ſa hauteur A B d'une toiſe, 2 pieds, 3 pouces ; ſa longueur B C de 2 toiſes, 2 pieds, 2 pouces ; & ſa largeur B E de 4 pieds 3 pouces ; il faudroit réduire les toiſes en pieds, & compter 8 pieds 3 pouces pour A B, 14 pieds 2 pouces pour B C. *Puis*

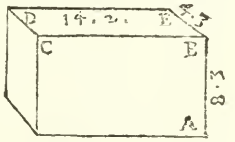
Multiplier B C par B E ; la ſurface B C D E ſe trouveroit contenir 56 pieds quarrez, 50 pouces courant ſur pieds, & 6 pouces quarrez.

Multiplier le contenu de cette ſurface par la hauteur A B, & le Corps ſe trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces ſolides ſur pieds quarrez, 7 pouces ſolides courant ſur pieds, & 6 pouces cubes ; ces trois eſpeces de pouces faiſant 1242 pouces cubes.

56 — 59 — 6
8 — 3

448 — 168 — 159 — 18
499 48
48 — 16 — 1

496 8 7 6



Que ſi enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire auſſi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une ſorte de partie. B C auroit 170 pouces, B E 51, & ces deux côtez multipliez l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrez pour la ſurface B D ; laquelle eſtant multipliée par la hauteur A B de 99 pouces, le produit ſeroit 858330 pouces cubes, qui eſtant diviſez par 1728, valeur d'un pied cube, le quotien donneroit pour le contenu du parallelipipede A D, comme cy deſſus, c'eſt à dire, 496 pieds & 1242 pouces cubes.

PROP. II.

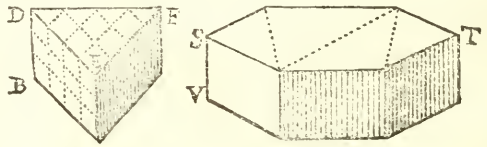
Meſurer le Priſme triangulaire B F.

SUppoſé que l'angle D E F ſoit droit, & les côtez D E, E F, chacun de quatre pieds. Multipliez D E par la moitié de E F, 4 par 2; le produit 8 pieds quarrez ſera l'aire du triangle D E F.

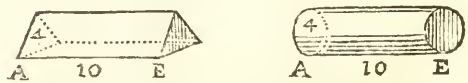
Multipliez ce triangle par la hauteur D B, 8 par 3; le produit 24 pieds cubes ſera le contenu du Priſme propoſé.

Les 6 quarrez entiers du triangle D E F, & les 4 demy qui en font encore 2 entiers, ont chacun ſous ſoy une colomne de 3 pieds cubes, & 3 fois 8 ſont 24.

Vous meſurerez le Priſme V T de la même maniere, *c'eſt à dire*, en multipliant l'aire de la ſurface S T par la hauteur S V.

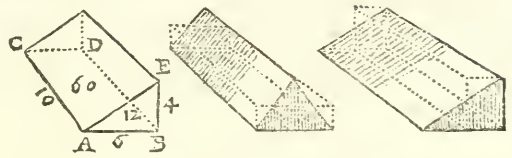


Le contenu du Priſme A E ſe trouvera en multipliant le plan A par la longueur A E, 4 par 10.



Suppoſé auſſi le Priſme C E, on le meſurera en multipliant ſa baſe, *c'eſt à dire*, le rectangle A B C D par la moitié de la hauteur B E; ou la moitié du rectangle A B C D par la hauteur B E: 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 ſera le même que

si l'on avoit multiplié le triangle A B E par la longueur A C, 12 par 10.



PROP. III.

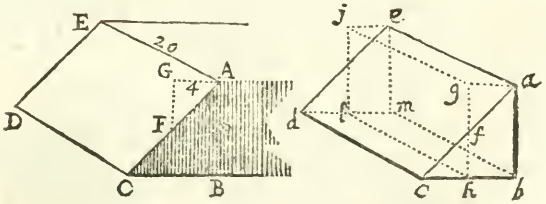
Mesurer le talu d'un Rampar.

LE talu C E considéré séparément du Corps du Rampar, & terminé par deux triangles *a c m*, *a b c*, qui sont paralleles entr'eux, est proprement un Prisme triangulaire : Ainsi on le mesurera par la precedente, ou comme s'ensuit.

Supposé la longueur A E de 20 pieds, égale à la longueur C D. Elevez du milieu de la pente A C, l'aplomb F G, puis mesurez A G, qui par exemple sera de 4 pieds.

Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur A E, le produit sera 80.

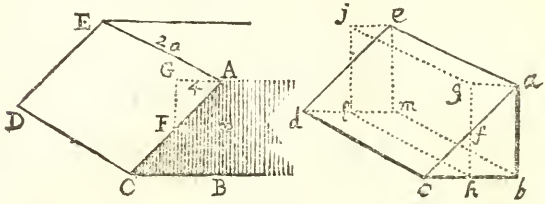
Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur A B, le produit 640 pieds cubes sera le solide du talu proposé.



Supposé le rectangle a b g h, il est égal au triangle a b c; car a c estant coupé en deux également par g h, le triangle

a g f eſt égal au triangle c f h (ſuivant la 59 du 2 ;) d'où il ſuit que le Parallelipipede b i, & le Priſme ou talu a d eſtant de même longueur a e, ſont égaux (ſuivant la precedente) ainſi meſurant l'un on meſure l'autre.

Multipliant a e par a g, nous avons eu l'aire du rectangle a j ; & multipliant ce rectangle par la hauteur a b, nous avons trouvé le contenu du parallelipipede b j, & par conſequent, du Priſme ou talu propoſé a b c d e.

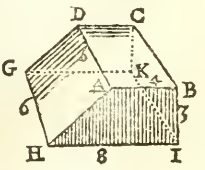


PROP. IV.

Soit auſſi propoſé de meſurer le Priſme C H dont les plans rectangles A B C D, G H I K ſont paralleles entr'eux.

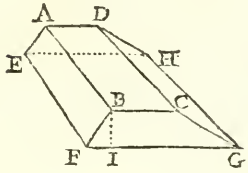
SUppoſé qu'A B ſoit de 4 toiſes, A D de 6, H I de 8, & B I de 3. Le rectangle A C ſera de 24 toiſes quarrées, le rectangle G H I K de 48, & la coupe A B I H de 18 (*ſuivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles A C, G I; & de leur ſomme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par les 3 de la hauteur B I; Le produit 108 toiſes cubes, ſera le contenu du Corps propoſé: ce que vous verifierez (*par la 2*) en multipliant les 18 toiſes, & la coupe A B I H par les 6 de la longueur A D qui produiront les mêmes 108 toiſes cubes.



Vous trouverez de même le contenu du Priſme

ou Rampart AG en multipliant la moitié de la ſomme des deux rectangles ABCD, EFGH par la hauteur BI.



PROP. V.

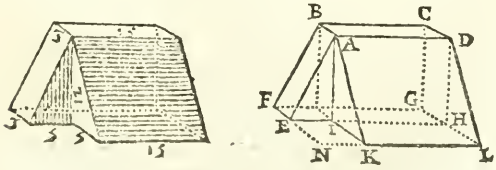
Meſurer le Corps DF, compoſé d'un parallelipipede & de deux Priſmes.

MEſurez ces trois parties ſeparément l'une de l'autre, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallelipipede CI; 450 pour le Priſme AIL; & 90 pour le Priſme AIF.

Faites addition de ces trois ſommes, & vous aurez pour le contenu du Corps propoſé 1080. pieds cubes. *Autrement.*

Meſurez les trois rectangles AC, EG, KH; le premier ſera de 45 pieds quarrez, le deuxiéme de 60, le troiſiéme de 75, & les trois enſemble feront 180 pieds quarrez.

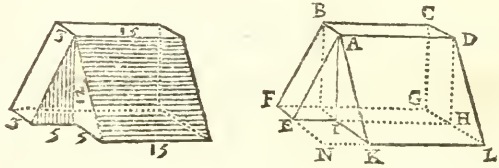
Prenez la moitié de cette ſomme 180, & la multipliez par la hauteur AI, *c'eſt à dire*, 90 par 12, le produit 1080 ſera égal au precedent.



Si on trouve quelque difficulté à mesurer les deux rectangles E G, K H, *séparément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux ensemble comme s'ensuit.*

Mesurez tout le rectangle F G L N qui se trouvera de 160 pieds quarrez.

De cette somme, ôtez les 25 du petit rectangle E K, car E I multiplié par I K, 5 par 5, donnera 25, & le reste 135 sera la valeur des deux rectangles.

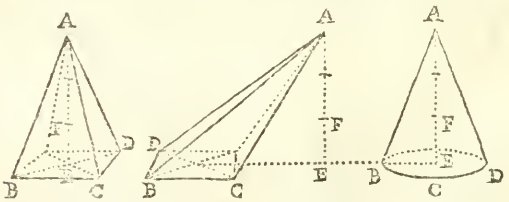


PROP. VI.

Mesurer une Pyramide.

MUltipliez la base ou plan B C D, par le tiers de la perpendiculaire A E, & vous aurez le requis. *Autrement.*

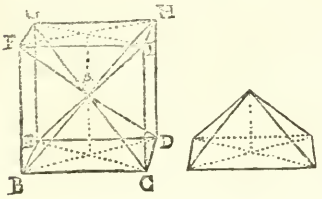
Multipliez la hauteur A E, par le tiers de la base, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la base, & le tiers du produit sera le requis.



Que le solide d'une Pyramide se trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la base je le démontre.

Supposé que les six faces d'un cube B H, soient les bases

d'autant de Pyramides qui ayent leurs ſommets au centre A, ces ſix pyramides dont le cube ſera composé, ſeront égales.



2. Suppoſé que le coſté BC ſoit de 12 pouces, toute la baſe BCDE ſera de 144 pouces quarrez (ſuivant la 1 du 7) & tout le cube BH vaudra 1728 pouces cubes (ſuivant la 1) dont la ſixiéme partie 288 ſera le contenu de chaque pyramide.

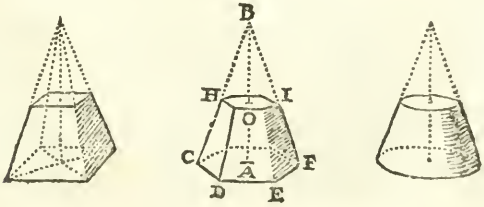
Or tout le cube ayant 12 pouces de haut, la hauteur de la pyramide ABCDE ſera de 6, & le tiers de 6, multiplié par la baſe BCDE, c'eſt à dire 2, par 144; produira les mêmes 288 pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide ſe trouve en multipliant toute la baſe par le tiers de la hauteur.

PROP. VII.

Meſurer le reſte d'une Pyramide, dont la ſurface ſuperieure eſt parallele à la baſe.

TRouvez le ſommet de la Pyramide, puis multipliez la baſe CDEF, par le tiers de la perpendiculaire AB, & vous aurez le contenu de la Pyramide entiere BCDEF, (*ſuivant la precedente.*)

Multipliez auſſi la ſurface ſuperieure HOI, par le tiers de la hauteur BO, pour avoir la valeur de la partie perduë BHOI, laquelle eſtant ſouſtraite de celle de la Pyramide entiere, reſtera la valeur de la partie propoſée CI.

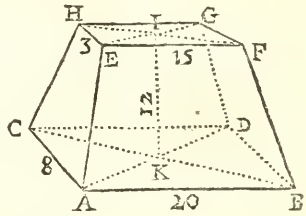


PROP. VIII.

Mesurer l'Exaëdre irregulier AG, dont les surfaces opposées & paralleles ABCD, EFGH, sont deux rectangles inégaux & dissemblables.

QU'AB, soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.

Multipliez EF par EH, 15 par 3; le produit 45 pieds quarrez sera la valeur du rectangle EFGH.



Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la difference des côtez EH, AC, qui est 5, & la difference des côtez EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux differences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrez, estant soustrait de la somme precedente 205, restera 180 pieds quarrez.

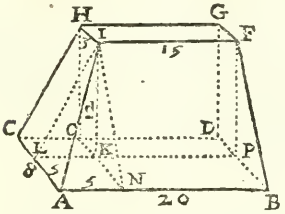
Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrez, qui est 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'est à dire par 12, le produit sera 1080 pieds cubes.

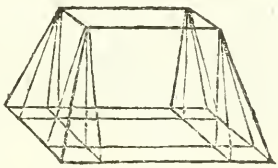
Multipliez le produit des deux differences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au precedent 1080, sera la valeur requise 1180 pieds cubes.

Supposé que l'Exaëdre ait quatre parties, sçavoir un parallelipipede FGHIDOKP, deux Prismes IKNBFP, IKLCHO, & une pyramide IANKL; ces parties estant mesurées, le parallelipipede se trouvera contenir 540 pieds cu-

bes (ſuivant la 1) le premier Priſme 450 , le deuxiéme 90 (ſuivant la 2 ;) la Pyramide 100 (ſuivant la precedente) & les quatre ſommes jointes enſemble feront les 1180 pieds cubes que nous avons dit eſtre le contenu de l'Exaëdre.

Mais ſuppoſé que l'Exaëdre ayant les mêmes meſures ſoit compoſé de neuf parties , d'un Parallelipipede , de quatre Priſmes , & de quatre Pyramides : en meſurant auſſi ces parties chacune à part , on trouvera encore les mêmes 1180 pieds cubes.





Ceux qui veulent meſurer cet Exaëdre en multipliant la moitié de la ſomme des deux rectangles F H , B C , par la hauteur I K , peuvent voir qu'ils ſe trompent conſiderablement ; car au lieu de 1180 pieds cubes qui ſont le juſte contenu de ce Corps, ils en trouvent 1230 : & l'erreur vient de ce qu'ils le meſurent comme un Corps composé ſeulement de Priſmes & de Parallelipipedes (ſuivant la 4) ne conſiderant pas qu'il tient de la Pyramide , & qu'il faut meſurer ſes parties pyramidales ſeparément du reſte , la maniere de les meſurer en eſtant differente ; & c'eſt ce que nous avons fait en multipliant à part les 25 pieds du rectangle A N K L par le tiers de la hauteur I K , pour avoir le contenu de la partie pyramidale A N K I L.

PROP. IX.

Meſurer un canal ou foſſé A C , pour ſçavoir la quantité de terre qu'on en a tiré.

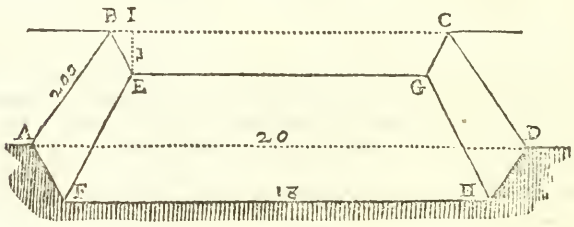
MEſurez ce canal comme ſi c'eſtoit un Priſme ; *c'eſt à dire ,*

Meſurez la coupe A D F H (*par la 4 du 7*) & la multipliez par la longueur A B , 38 par 200 , le produit 7600 pieds cubes ſera le requis. *ou bien*

Multipliez la largeur A D par la longueur A B, 200 par 20; le produit 4000 toiſes quarrées ſera pour la partie ſuperieure du Canal A B C D.

Multipliez ces 4000 toiſes, par la profondeur E I qui eſt de 2; & du produit 8000 toiſes cubes, retranchez le ſolide des deux talus A E, D G, leſquels eſtant chacun de 200 toiſes cubes (*ſuivant la* 2) reſtera 7600 toiſes cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs A D, F H, c'eſt à dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur A B; puis multipliez le produit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toiſes cubes.

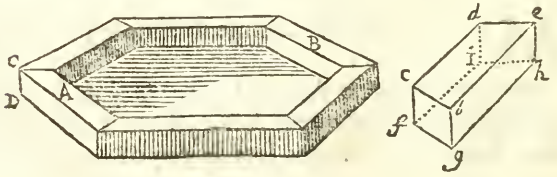


PROP. X.

Meſurer la Maſſonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Baſſin de Fontaine.

SOit propoſé de meſurer le bord du Baſſin Exagonal A B, compoſé de ſix Priſmes égaux.

Meſurez un de ces Priſmes (*par la* 2) comme A en



multipliant la ſurface ſuperieure par la hauteur C D; & ſuppoſé qu'il ſe trouve eſtre de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des Priſmes, c'eſt à dire par 6, le produit 90 ſera le requis.

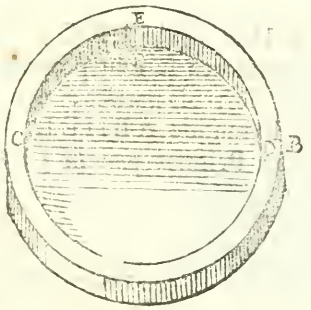
PROP. XI.

Meſurer le bord d'un Baſſin rond.

MEſurez l'aire du grand cercle A B, & celuy du petit C D *(par la 8 du 7.)*

Defalquez de l'aire du grand cercle, celuy du petit, l'aire qui reſtera ſera la difference des deux cercles, qui fait la ſurface ou partie ſuperieure du bord du baſſin.

Multipliez cette difference A E B, par la hauteur E F, & le produit ſera la valeur requiſe.



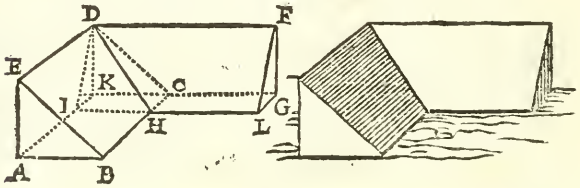
PROP. XII.

Meſurer le ſolide d'un talu A F qui fait un angle droit rentrant B H L.

COnſiderez ce talu comme un ſolide compoſé de deux Priſmes A B C D E, D F G I K.

Meſurez ces Priſmes (*par la 3*) & ſuppoſé que le premier ſe trouve eſtre de 300 pieds cubes, le deuxiéme de 400 ; les deux enſemble feront 700.

Retranchez de cette ſomme la valeur de la Pyramide D C H I K qui eſt commune aux deux Priſmes, le reſte ſera le contenu du talu.

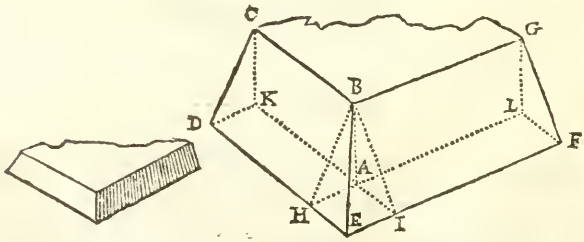


PROP. XIII.

Meſurer le talu de l'angle ſaillant C E G.

COupez D H égale à B C, F I égale à B G, puis conſiderez le talu propoſé comme un ſolide compoſé de trois parties, deux Priſmes C H, I G ; & une Pyramide A B H E I.

Meſurez les Priſmes *par la 3*) & la Pyramide (*par la 6.*)



PROP.

PROP. XIV.

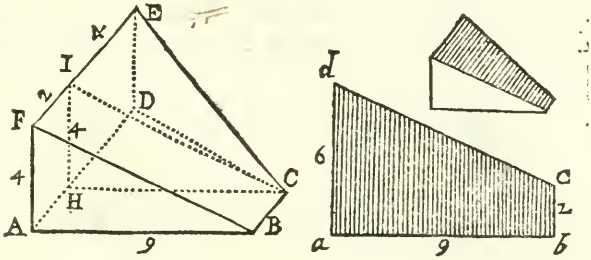
Mesurer le solide en talu A B E.

JE suppose qu'A D, B C sont paralleles, & que l'angle B A D est droit, comme il paroist par le plan Geometral a b c d.

Coupez F I égale à B C, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties; d'un Prisme A B C I F, & d'une Pyramide C D E I H, dont le quarré D E I H en est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le Prisme (*suivant la* 2,) il se trouvera avoir 36 pieds.

Mesurez aussi la Pyramide (*suivant la* 6,) elle se trouvera en avoir 48; & la somme de ces deux parties, c'est à dire 84, sera la valeur requise.

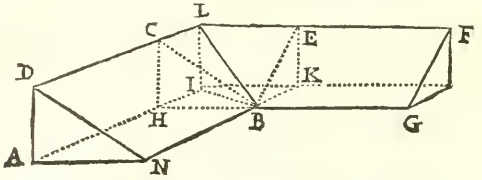


PROP. XV.

Mesurer le talu de l'angle rentrant D L F qui est obtus.

PRenez D C égale à B N, E F égale à B G, puis supposant que les parties A B L, B L F, sont

compoſées chacune d'un Priſme & d'une Pyramide, vous trouverez le ſolide du talu propoſé par la precedente; c'eſt à dire en meſurant les deux Priſmes B D, G E, & les deux Pyramides B L H, B L K.

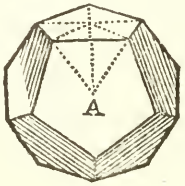


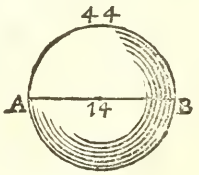
PROP. XVI.

Meſurer le Dodecaëdre regulier A.

LEs ſurfaces du Dodecaëdre ſont comme les baſes d'autant de Pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre de ce Corps. *Ainſi*

Meſurez une de ces Pyramides (*par la 6* ,) & ſupposé qu'elle ſe trouve eſtre de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des Pyramides qui eſt 12, le produit 120 ſera le requis.





PROP. XVII.

Meſurer une Sphere.

IL faut multiplier le diametre par la circonference de ſon cercle, le produit ſera la ſurface de la Sphere (*ſuivant Archimede*) multiplier enſuite

le tiers de cette ſurface par le rayon ou demidiametre, & on aura le requis. *Exemple.*

Supposé que le diametre AB ſoit de 14 pouces, la circonference de ſon cercle de 44 ; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrez, ſera la valeur de la ſurface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrez, qui eſt 205 $\frac{1}{3}$, & le multipliez par 7, moitié du diametre ; le produit 1437, ſera le contenu demandé.

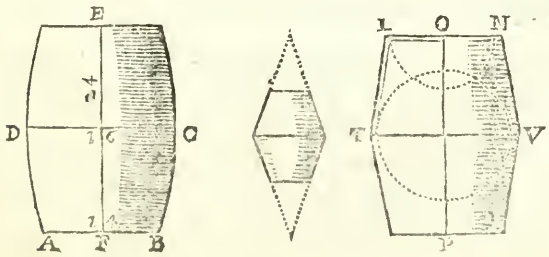
Si on ſuppoſe que les 616 pouces quarrez de la ſurface de cette Sphere, ſont les baſes d'autant de Pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre ; il eſt évident, que multipliant le tiers de ces baſes (comme ſi toutes n'en faiſoient qu'une) par la hauteur des Pyramides, qui eſt le demidiametre de la Sphere, on a (ſuivant la 6) le contenu des 616 Pyramides, & par conſequent le contenu de la Sphere qui en eſt compoſée.

PROP. XVIII.

Meſurer le contenu d'un Tonneau.

MEſurez l'aire d'un de ſes fonds AB, & celuy du plus grand cercle CD pris en dedans, puis multipliez la moitié de la ſomme de ces deux cercles par la longueur du tonneau EF. *Ie m'explique.*

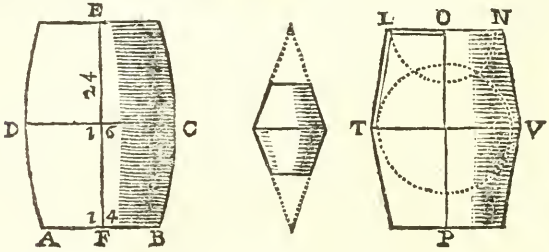
Si le diametre AB eſt de 14 pouces, le diametre CD de 16, leurs cercles ſeront ; le premier de



154 pouces quarrez, le deuxiéme de 201 $\frac{1}{7}$; (*ſuivant la* 8 *&* 9 *du* 7.) & les deux enſemble feront 355 pouces quarrez $\frac{1}{7}$.

De cette ſomme prenez la moitié 177 $\frac{4}{7}$, & la multipliez par la longueur E F de 24 pouces ; le produit 4261 pouces cubes $\frac{5}{7}$ ſera à peu prés le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques-uns, que par cette Regle le Tonneau n'eſt meſuré que comme un Vaiſſeau composé de deux parties de Cones T O V P, car le produit de la multiplication de la longueur O P, par la moitié de la ſomme des cercles des deux diametres L N, T V, donne plus que la valeur d'un vaiſſeau tel qu'eſt T O V P, ſuivant ce que nous avons fait voir dans la 8. *Prop. & ce plus va à peu prés pour la courbure du tonneau.*



PROP. XIX.

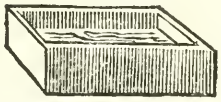
Meſurer une certaine quantité de liqueur propoſée.

IL faut avoir un Bacquet fait bien à l'Equiere, & la liqueur y eſtant verſée, la meſurer comme on meſureroit un Parallelipipede.

Exemple. Suppoſé que le Bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'eſtant bien de niveau la liqueur y ſoit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4,

& le produit 32, par la hauteur 2, le requis ſe trouvera de 64 pouces cubes.

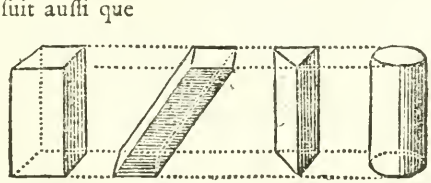


OBSERVATION I.

LEs Parallelipipedes & les Priſmes de même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes.

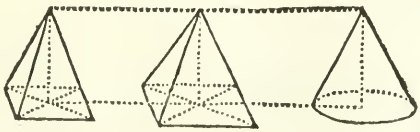
Suppoſé que le premier Parallelipipede, le deuxiéme & le Priſme ſuivant ayent leurs baſes doubles l'une de l'autre ; je veux dire, que la premiere baſe ſoit double de la deuxiéme, & celle-cy double de la troiſiéme ; la premiere ayant 8 pouces quarrez, la deuxiéme en aura 4, & la troiſiéme 2 : Et ſi la hauteur de ces Corps eſt de 10 pouces, le premier Parallelipipede ſera de 80 pouces cubes, le deuxiéme de 40, moitié de 80, & le Priſme de 20, moitié de 40 (ſuivant la 1 & la 2.) Mais la baſe du Cilindre eſtant de 6 pouces quarrez, le Cilindre aura 60 pouces cubes ; & comme la baſe du Cilindre ſera à la baſe du Priſme, 6 à 2 ; le Cilindre ſera au Priſme, 60 à 20.

Il s'enſuit auſſi que



2.

Les Pyramides de hauteurs égales, ſont en même raiſon que leurs baſes.

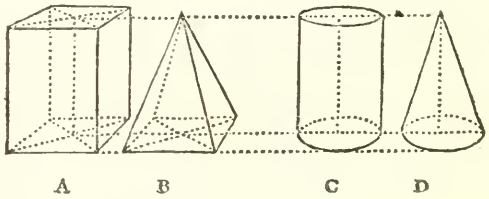


2.

Un Priſme & une Pyramide de même hauteur & de baſes égales, ſont en raiſon de 3 à 1; *c'eſt à dire*, que le Priſme eſt triple de la Pyramide.

Suppoſé que le Priſme A & la Pyramide B, ayent 4 pieds de hauteur ſur des baſes de 9 pieds quarrez; le Priſme (ſuivant la 1) ſera de 36 pieds cubes, & la Pyramide ſeulement de 12 (ſuivant la 6.)

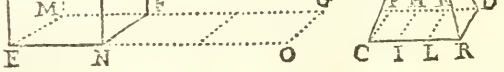
La même choſe doit s'entendre du Cilindre C à l'égard du Cone D.



4.

Un Priſme & une Pyramide de même hauteur ſont en même raiſon, que la baſe du Priſme eſt au tiers de la baſe de la Pyramide; ou que la baſe du Priſme priſe trois fois, eſt à la baſe entiere de la Pyramide.

Exemple. *Que le Priſme A, & la Pyramide B ſoient de même hauteur; & que la baſe de la Pyramide ſoit diviſée en trois parties egales, CH, IK, LD; le Priſme A, eſt à la Pyramide B; comme ſa baſe EF, eſt à CH, troiſiéme partie de la baſe CD.*



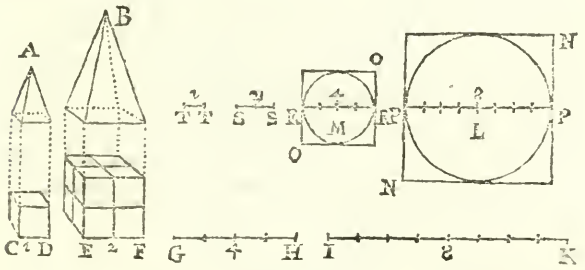
Ou bien. *Supposé le plan E G trois fois aussi grand que la base E F ; le Prisme est à la Pyramide, comme le plan E G est à la base C D : de sorte que si le plan E G est double ou triple du plan ou base C D, le Prisme est double ou triple de la Pyramide ; ce qui est évident par la precedente.*

5.

Les Corps semblables, *par exemple*, A & B, sont en raison triplée de leurs bases : ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtez homologues.

Que C D, E F, G H, I K, soient continuellement proportionnelles : la raison de C D à I K, est triplée de la raison de C D à E F (par la 66 du 1.) Or comme le côté C D d'un pied, à I K de huit ; ou le cube C D d'un pied au cube E F de huit ; aussi la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.

De même, la Sphere L est à la Sphere M, comme le cube N, est au cube O : ou bien ce qui est la même chose, la Sphere L, est à la Sphere M, comme son diametre P P, est à la quatriéme proportionnelle T T.

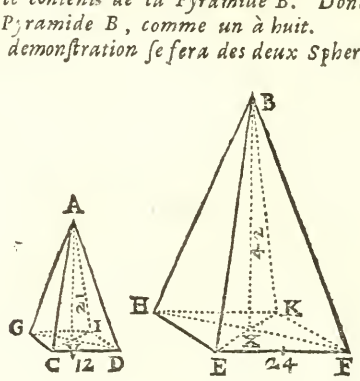


Que la Pyramide A, soit à la Pyramide B en raison d'un à huit, je le démontre.

Puisque les Pyramides A, B, sont semblables, & que C D est d'un pied ou de 12 pouces ; & E F, de deux pieds ou de 24 pouces ; la hauteur A V estant de 21 pouces, la hauteur B X, sera de 42 ; car comme E F est double de C D ; B X doit aussi estre double de A V. De plus, les bases C D G I, E F H K, estant des quarrez parfaits, la premiere sera de 144 pouces quarrez, & la deuxiéme de (576 suivant la 1 du 7) cela

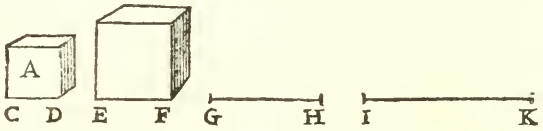
connu ; ſi on multiplie la premiere baſe 144, *par* 7, *tiers de la hauteur* BX ; *le produit* 1008, *ſera le contenu de la Pyramide* A : *& ſi on multiplie la deuxiéme baſe* 576, *par* 14, *tiers de la hauteur* BX ; *le produit* 8064, *octuple du precedent* 1008 ; *ſera le contenu de la Pyramide* B. *Donc la Pyramide* A *eſt à la Pyramide* B, *comme un à huit.*

La même demonſtration ſe fera des deux Spheres.



6.

Il s'enſuit que pour faire un Corps ſemblable à un autre, mais plus grand ou plus petit ; *par exemple*, un cube double ou triple du propoſé A : il faut prendre une ligne IK double ou triple du côté CD ; puis trouver entre ces deux longueurs CD, IK, deux moyennes proportionnelles EF, GH, *(par la* 54 *du* 3 :) & la ſeconde EF ſera le côté d'un cube double ou triple du propoſé.



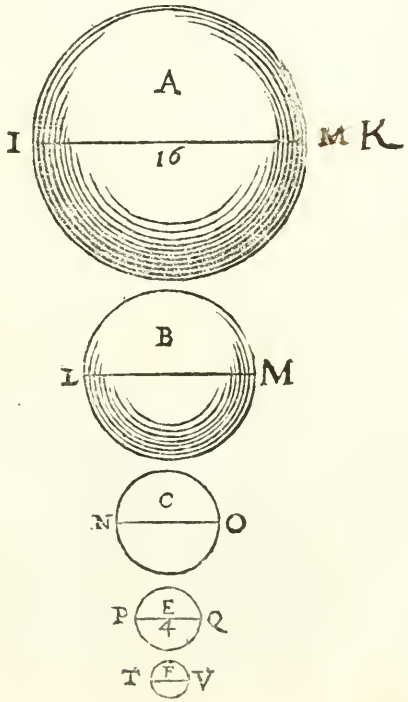
7.

Si on vouloit faire une ſuite de Corps ſemblables, de Boules, *par exemple*, qui fuſſent quadruples l'une de l'autre dans une proportion continuée ; la premiere A eſtant donnée de 16 lignes de dia-

metre, il faudroit prendre le diametre P Q de quatre; puis trouver les deux diametres moyens L M, N O (*par la* 54 *du* 3,) & les boules A, B, C, E, seroient quadruples l'une de l'autre.

Pour en ajoûter une cinquiéme, il n'y auroit qu'à trouver son diametre T V proportionnel aux deux diametres P Q, N O, (*suivant la* 49 *du* 3,) & faire la même chose pour une sixiéme, une septiéme, &c.

Suivant la precedente, la boule A seroit quadruple de la boule B comme le diametre I K le seroit du diametre P Q: Et le diametre L M estant au diametre T V comme I K à P Q, par la raison d'égalité, la boule B seroit quadruple de la boule C, comme le diametre L M seroit quadruple du diametre T V. Et ainsi des autres boules.



Chapitre Dixie'me.

PRATIQUE SUR LE TERRAIN,

Où l'on enſeigne à lever des Plans, à en tracer, & à meſurer toutes ſortes de dimentions inacceſſibles.

On travaille ſur le Terrain avec divers Inſtrumens. Ceux dont on uſe le plus ſont le Cordeau, le Demicercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

Usage du Cordeau.

Le Cordeau peut eſtre ſimple & de telle longueur qu'on voudra, mais eſtant diviſé, il eſt de dix Toiſes pour l'ordinaire, & les diviſions y ſont marquées par des nœuds faits de ſix pieds en ſix pieds, c'eſt à dire, de toiſes en toiſes.

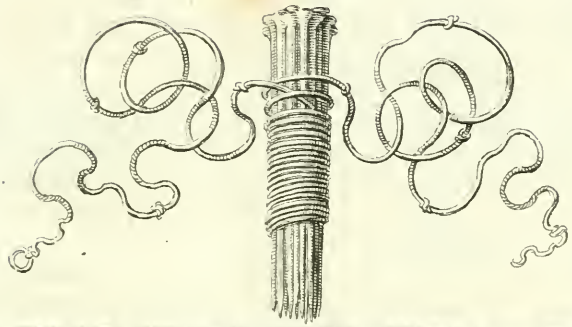
PROPOSITION I.

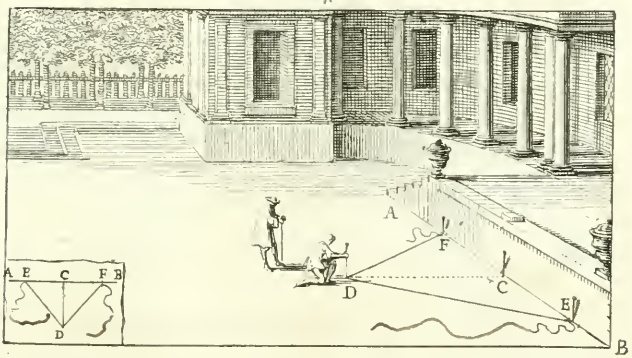
Du Piquet C, conduire ſur le Pré une ligne qui faſſe des angles égaux avec le mur A B.

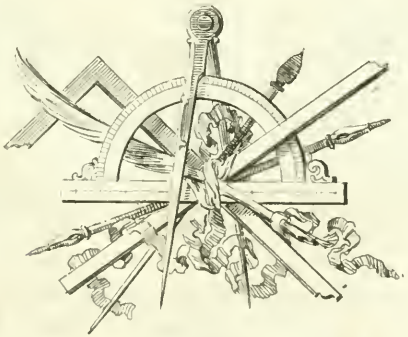
Fichez prés du mur A B, deux Piquets E, F, également éloignez du Piquet C, à la diſtance d'environ deux ou trois toiſes.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ſes deux bouts, l'un au Piquet E, & l'autre au Piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le Piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée (*Voyez la 4 du 3.*)

219







PROP. II.

Tirer sur le Pré ou Terrain, & au Piquet B, une ligne qui fasse un angle droit avec le mur A B.

PLiez le Cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un Piquet C ; faites porter un de ses bouts au Piquet B, & l'autre à quelque distance de là, *par exemple* au Piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le Piquet C, tenant le Cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il fasse un triangle isocele B C D.

Levez le bout du Cordeau qui est au Piquet B & le portez en E, prenant garde que C E soit une ligne droite avec C D ; puis menez B E qui fera un angle droit avec A B, (*suivant la 5 du 3.*)

PROP. III.

Couper l'angle A B C en deux également.

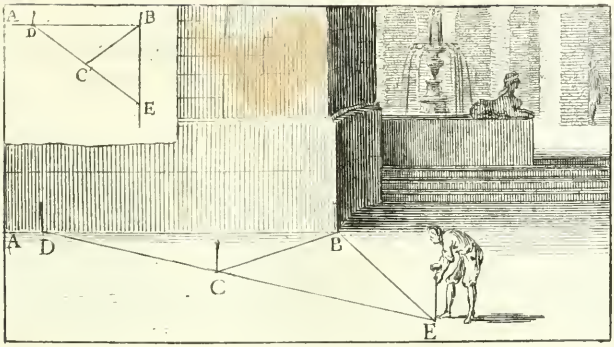
PLantez deux Piquets G, H, en égale distance de la pointe de l'angle B.

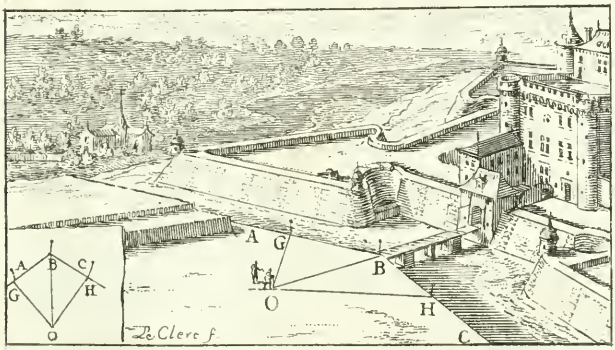
Prenez deux parties égales de Cordeau H O, G O, & B O, coupera l'angle en deux (*suivant la 3 du 3.*)

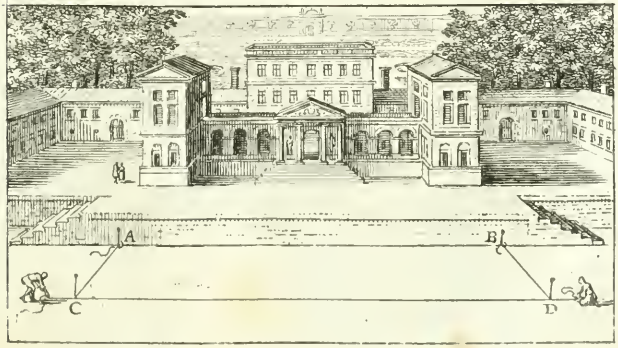
PROP. IV.

Du Piquet C, mener un Cordeau parallele au mur A B.

PRenez avec le Cordeau, la distance B D égale à la distance A C (*suivant la 8 du 3.*)


A
D
B
C
E


A
B
C
G
H
O
A
G
B
O
H
C
Le Clerc f


A
B
C
D

PROP. V.

Lever le plan d'un mur A C bâti sur la descente d'une montagne, ou plûtoſt, *meſurer ce mur pour en avoir le plan.*

MEſurez ſa longueur par la ligne de niveau A B, ou par les trois A D, E F, G B; leſquelles priſes enſemble ſont égales à la ſeule de niveau A O.

Il y a de la difference entre meſurer un mur comme celuy-cy pour le toiſé de la Maſſonnerie; & le meſurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas le mur doit eſtre meſuré par toute ſa longueur A C; mais dans le ſecond, il le faut meſurer ſeulement par la longueur qu'il auroit ſur des fondemens pris ſans aucune pente comme L M.

PROP. VI.

Lever le Plan de l'angle rentrant B, c'eſt à dire, décrire ſur du papier, un angle égal à celuy des deux murs A B C.

PLantez les Piquets D, E, à quatre ou cinq toiſes de la pointe de l'angle B.

Meſurez la diſtance qui eſt entre les Piquets D, E, puis faites ſur du papier le triangle b d e ſemblable au triangle B D E, (*par la 30 du 3*,) & vous aurez l'angle b, égal à l'angle B.

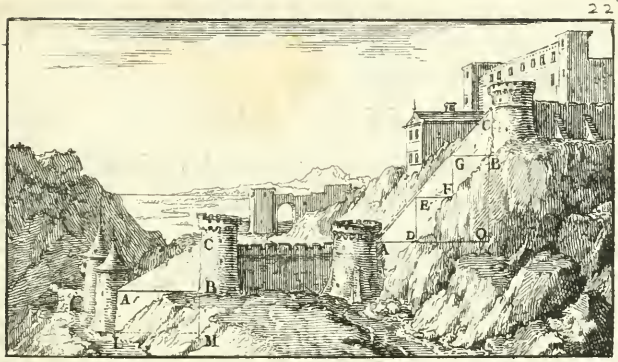
PROP. VII.

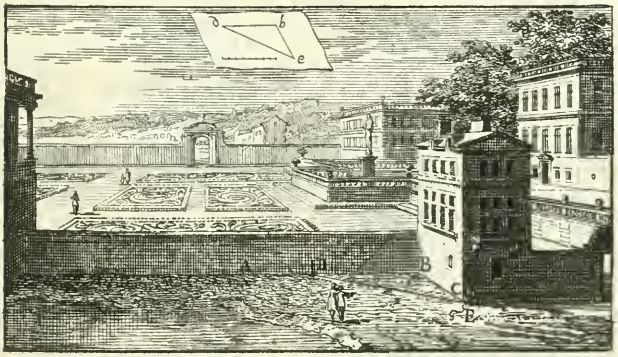
Lever le plan de l'angle ſaillant E F G.

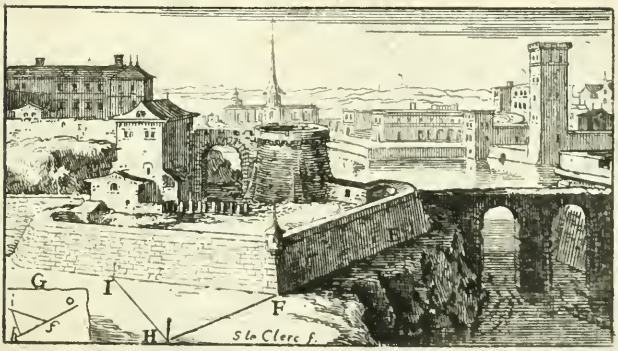
ATtachez le Cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H faiſant une ligne droite avec E F.

Prenez F H de 5 ou 6 toiſes, & F I d'autant.

Meſurez la diſtance des deux Piquets H I.


C
G
B
F
E
D
O
A
C
B
A
L
M


d
b
e
A
B
C
E


E
G
I
F
H
S le Clerc f.

Faites un triangle f i h ſemblable au triangle F I H (*par la* 30 *du* 3,) & l'angle exterieur o f i ſera le requis.

PROP. VIII.

Tracer ſur le terrain un triangle ſemblable au propoſé A B C.

PRenez trois parties de Cordeau D, E, F, chacune d'autant de toiſes qu'il y en a d'écrites ſur les côtez du triangle A B C.

Les lignes ſe tracent ſur le terrain avec une béche ou quelque autre inſtrument propre à couper la terre.

PROP. IX.

Lever le plan d'un mur compoſé de pluſieurs angles A, B, C, D.

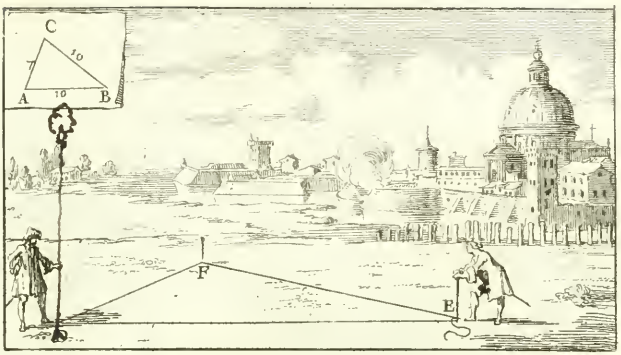
TEndez le Cordeau A I, & dans ſon alignement, plantez les piquets G, H, L, &c. vis à vis des angles B, C, D, &c.

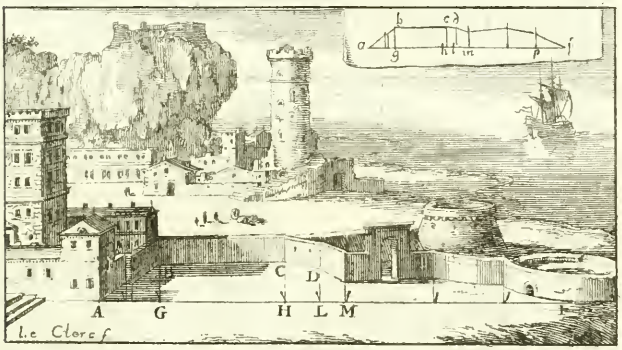
Meſurez les perpendiculaires G B, H C, L D, & toutes les parties du cordeau A I.

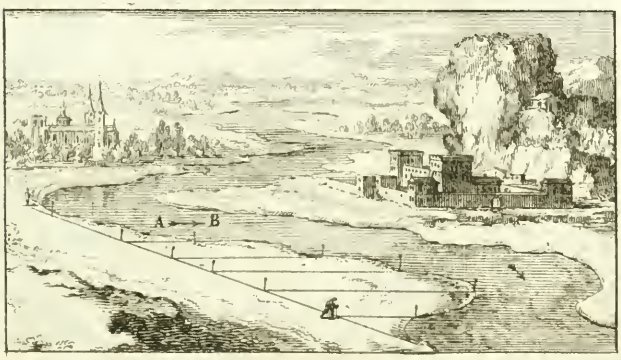
Tirez ſur du papier une ligne a i, & la diviſez par le moyen d'une petite échelle, aux points g, l, m, n; comme le cordeau A I eſt diviſé par les piquets G, L, M, N.

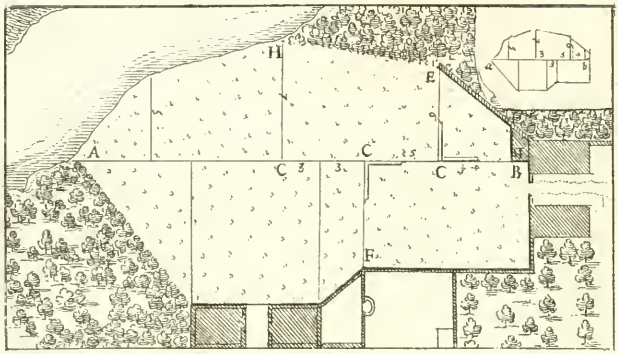
De tous ces points g, l, m, n, élevez des perpendiculaires g b, h c, &c. & les terminez entre elles ſuivant les meſures des perpendiculaires G B, H C, &c. puis par leurs extremitez décrivez le plan demandé a, b, c, d, i.

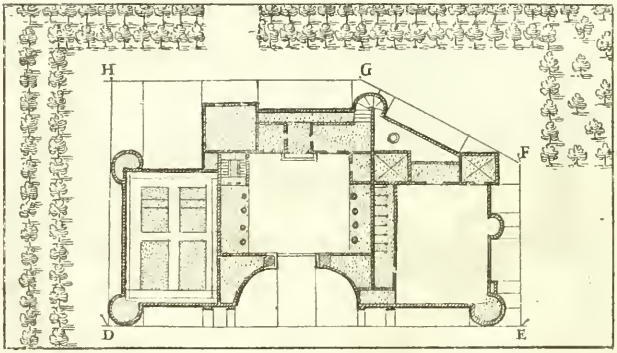
Le ſerpentement d'une riviere ſe déſignera de même, & le courant de l'eau peut eſtre marqué par une fleche A B, qu'on ſçait aller toûjours la pointe devant.

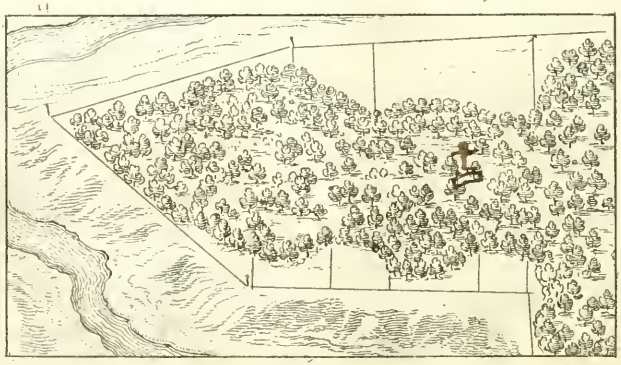

C
10
7
A
10
B
F
E


b
c d
a
g
h i m
p
f
C
D
A
G
H
L
M
l.e Clerc f


A
B


H
E
A
C
C
B
F


H
G
F
D
E



PROP. X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piece de terre qu'on voudra.

TEndez un cordeau tout au travers, par exemple de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maîtresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la precedente.*)

Les lignes C E, C H, &c. peuvent estre conduites à angles égaux sur A B, par le moyen d'une grande Equiere, comme la figure le fait voir.

PROP. XI.

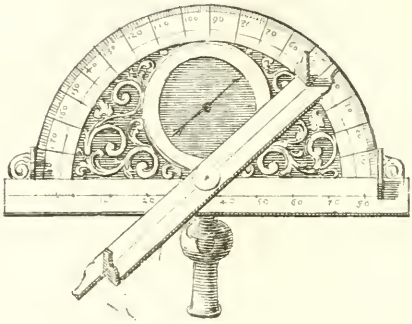
Lever le plan d'un Chasteau par le dehors.

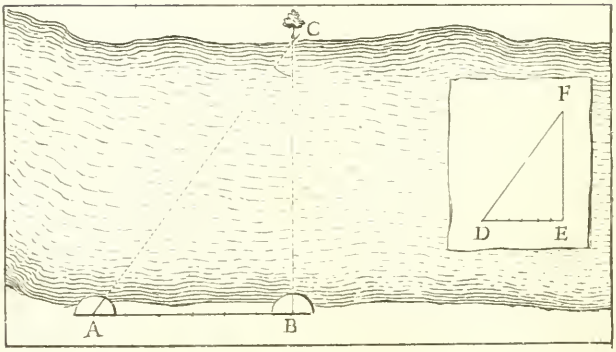
ENvironnez le Chasteau par de grandes lignes maîtresses D E F G, & mesurez exactement leurs longueurs, & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

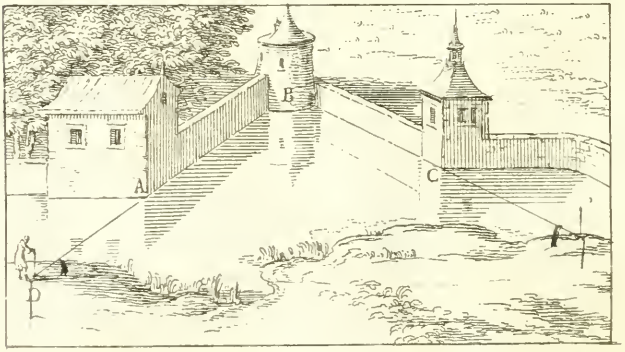
Ces grands alignemens D E F G, se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres precedentes, ils se peuvent aussi mesurer par le Recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes regles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniere d'un compas.

De ces lignes maîtresses, observez tout le contour du Chasteau (*par la precedente*) tenant un memoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurerez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple brouillon qu'on fait à veüe, c'est à dire, sans regle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on me-




C
F
D
E
A
B


B
A
C
D

ſure ſur le terrain ; & ſur ce broüillon on fait ſon plan ou deſſein au net lors qu'on eſt de retour à la maiſon.

USAGE DU DEMICERCLE.

Le Demicercle dont on uſe ſur le terrain a un alhidade ou regle mobile avec des pinules, c'eſt à dire des viſieres, & un pied au deſſus duquel il ſe meut & ſe tourne à toutes ſortes de biais par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Meſurer une largeur de Riviere par exemple B C.

PRenez ſur le rivage une baſe A B, de dix, vingt à trente toiſes, ou plus, ſi la riviere eſt d'une largeur conſiderable.

Poſez le Demicercle en A, & meſurez l'angle B A C en dirigeant les deux regles de l'Inſtrument l'une vers B, & l'autre vers C.

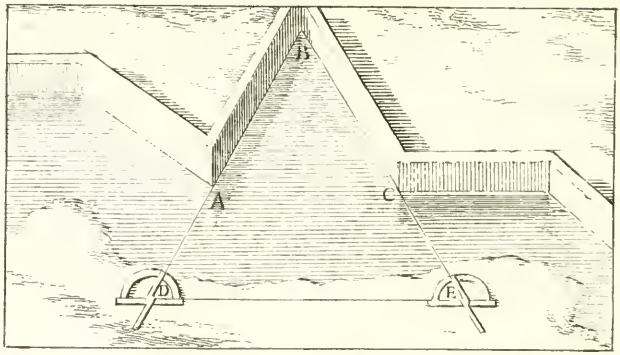
Meſurez de la même maniere l'angle A B C.

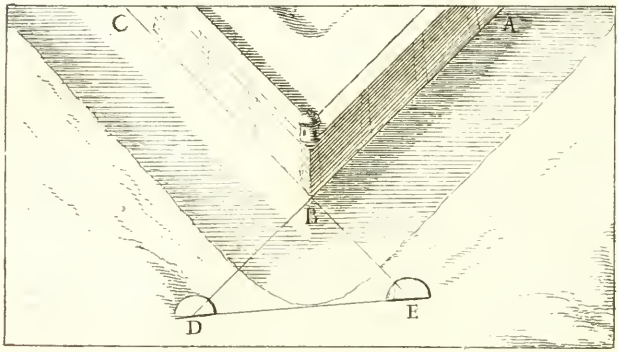
Tirez ſur voſtre papier une baſe D E, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toiſes à la baſe A B, puis faites les angles D, E, égaux aux angles A, B, (*par la* 11 *du* 3.) & la ligne E F contiendra autant de petites parties de l'échelle D E, que la largeur B C contiendra de toiſes (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

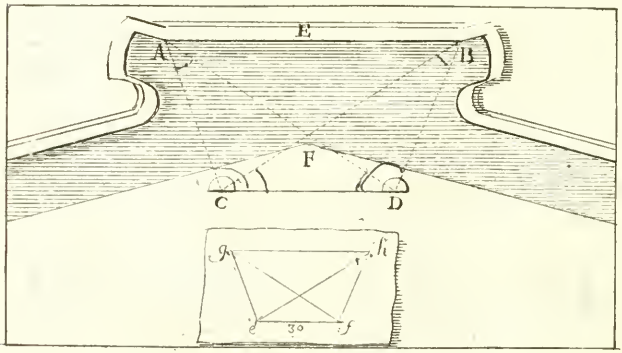
PROP. II.

Meſurer l'angle rentrant A B C, qu'un foſſé plein d'eau rend inacceſſible.

METtez-vous ſur le bord du foſſé à quelque endroit comme D, d'où le mur A B ſoit


B
A
C
D
E


C
A
B
D
E


E
A
B
F
C
D
30

enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez auſſi le piquet E dans l'enfilade B C E.

Meſurez avec le Demicercle les angles D, E qui *par exemple* ſont l'un de 62 degrez, & l'autre de 58.

Faites addition de ces deux angles, puis tirez leur ſomme 120 de 180, le reſte 60 ſera la valeur de l'angle B (*ſuivant la* 1 *du* 8.)

PROP. III.

Meſurer l'angle ſaillant A B C, duquel on ne peut approcher.

PLantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces A B, B C.

Meſurez les angles D, E, & ſuppoſé que le premier ſe trouve de 40 degrez, le deuxiéme de 50, le troiſiéme B ſera de 90 (*par la* 1 *du* 8,) & l'angle A B C d'autant (*ſuivant la* 19 *du* 2.)

PROP. IV.

Meſurer la courtine A B, ayant le foſſé E F entre-deux.

PRenez ſur le bord du foſſé, une baſe à volonté *par exemple*, C D de 30 toiſes.

Des extremitez de cette baſe C D, dirigez avec le Demicercle des rayons vers les points A & B en obſervant la valeur des angles B D A, B D C, comme auſſi des angles A C B, A C D.

Décrivez la figure e f g h ſemblable à la figure A B C D (*par la* 29 *du* 3,) & la baſe e f, eſtant faite de 30 petites parties par rapport à la baſe C D qui eſt de 30 toiſes, vous connoiſtrez la longueur de la courtine A B par le nombre des petites parties qui ſe trouveront compriſes dans la ligne g h.

USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

Le Compas de Proportion a pour jambes deux regles de cuivre ſur leſquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une qu'on nomme des cordes, & qui eſt deſtinée à la meſure des angles, eſt celle qui ſert ſur le terrain.

Les deux lignes A B, A C qui ſont cette paire, ſont diviſées chacune en 180 *parties qui répondent par ordre aux* 180 *degrez de leurs demicercles, comme il paroiſt par la figure A B G.*

Aux extremités de ces deux lignes, ſont des pinules qui ſervent à diriger les rayons viſuels, & le Compas eſt monté ſur un pied avec un genoüil ſemblable à celuy du Demicercle.

PROP. I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra. Par exemple ſoit propoſé de faire un angle de 40 *degrez au point L.*

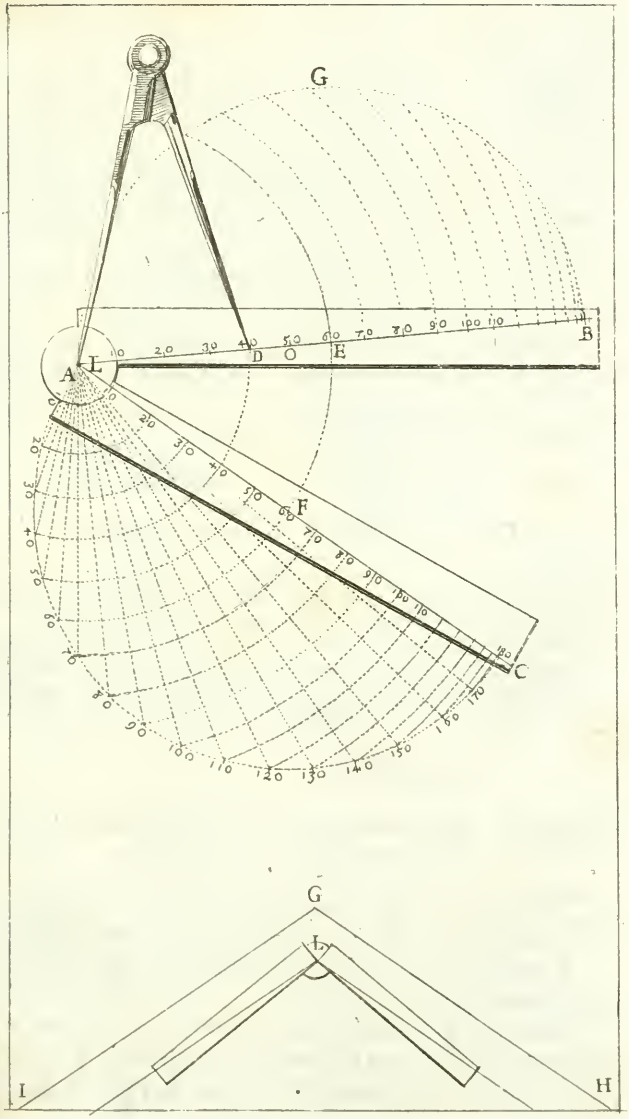
PRenez avec un Compas commun la corde A D de 40 degrez. Ouvrez le Compas de proportion tant que les cordes de 60 degrez A E, A F ſoient éloignées l'une de l'autre par leurs extremitez E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du Compas commun; c'eſt à dire, ouvrez le Compas de proportion juſqu'à ce que la corde de l'arc E F, ſe trouve égale à la corde A D, & l'angle E A F ſera de 40 degrez.

Si on veut faire un angle de 50 *ou* 60 *degrez, il faut ouvrir le Compas de proportion juſques à ce que E F, ſoit égal à la corde de* 50 *degrez A O, ou à celle de* 60 *A E, & ainſi de tous autres angles.*

PROP. II.

Meſurer l'angle I G H.

POſez le Compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis


G
A
L
D
O
E
B
F
C
I
H

tendez des cordeaux LM, LN, paralleles aux deux murs GH, GI, afin d'avoir l'angle MLN, égal à l'angle IGH.

Accommodez les jambes du Compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes sur les cordeaux LM, LN; & le Compas estant ainsi ouvert, d'un angle égal au proposé, le nombre des degrez de son ouverture se trouvera comme s'ensuit.

Prenez avec un Compas commun, la distance EF, qui est entre les points de 60 degrez.

Portez cette ouverture de compas commun sur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embrasse la corde AD de 140 degrez, concluez que l'angle est ouvert de 140 degrez.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

La Planchette est un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarré, montée sur un pied à trois branches.

On travaille sur cette Planchette comme sur une petite table, le papier y est arrêté avec un chassi qui s'emboite au bord, & les lignes qu'on tire dessus, se dirigent par des épingles qu'on fait servir de visieres & de petits piquets.

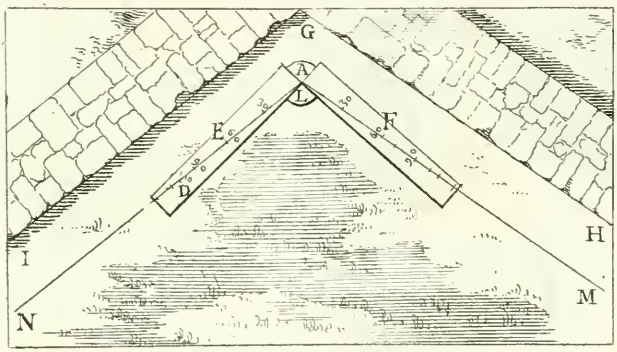
PROPOSITION I.

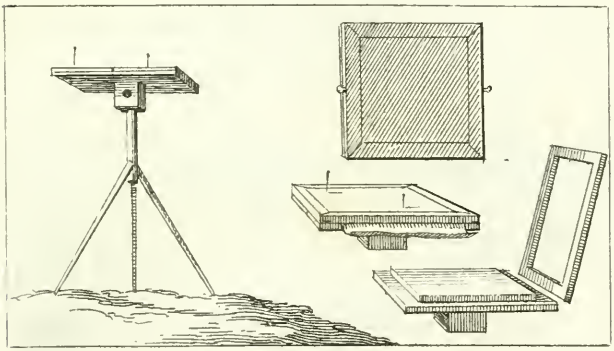
Tirer une ligne sur le terrain qui réponde à la ligne AB proposée sur la Planchette.

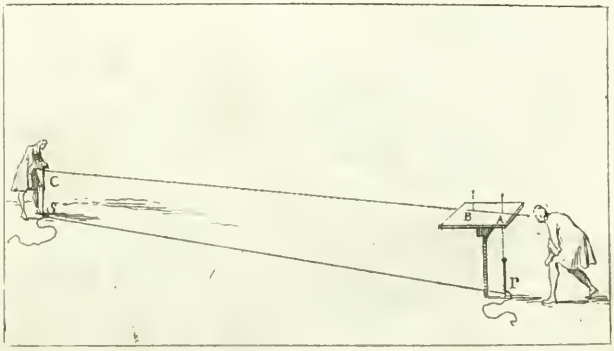
FIchez sur la ligne proposée AB, deux épingles, l'une à l'extremité A, & l'autre à l'extremité B.

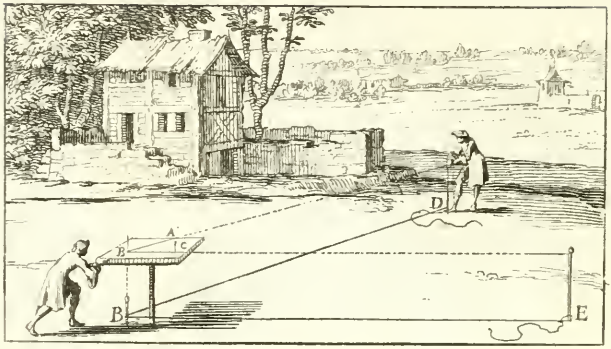
Plantez dans le terrain un piquet P, directement au dessous de l'épingle A.

Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau PS, sous la ligne AB, je

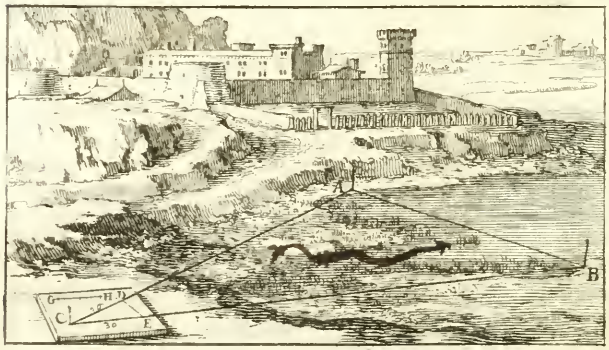

G
A
L
E
F
D
H
I
M
N




C
B
A
F


A
B
C
D
B
E

F
H
s le clerc f.


B
G
H
I
C
E

veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon visuel A B C, & le cordeau estant bien tendu fera la ligne demandée.

PROP. II.

Un angle A B C estant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrain.

TEndez sur le terrain, les cordeaux B D, B E, précisement sous les lignes B A, B C *(par la precedente.)*

PROP. III.

Du point O, donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelque endroit proposé, par exemple vers le clocher F.

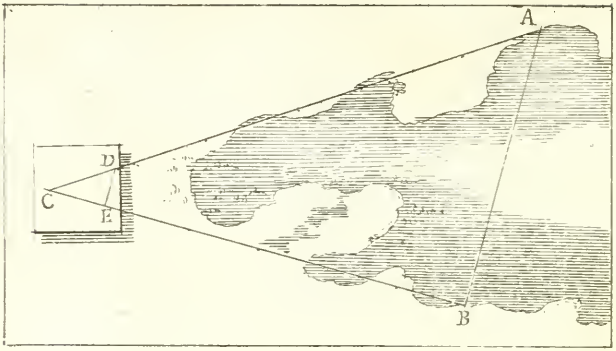
FIchez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon visuel O F, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée O H.

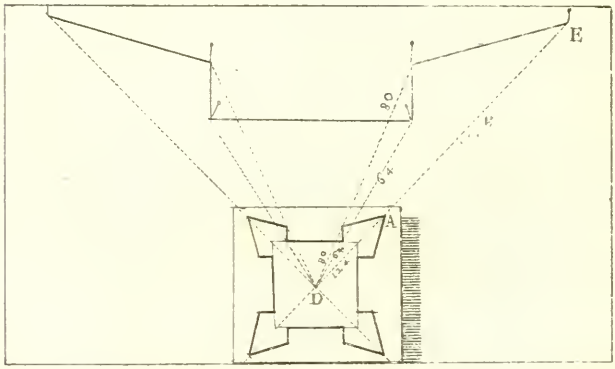
PROP. IV.

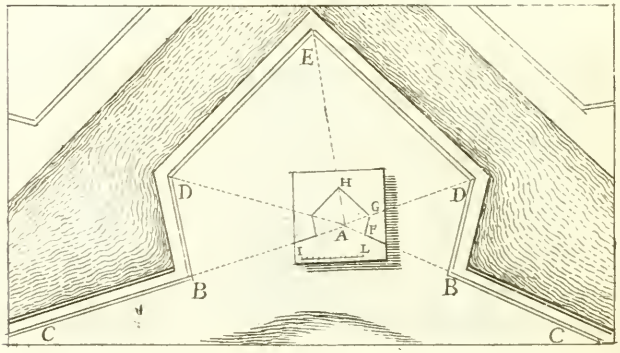
Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais A B.

PLacez la planchette à quelque endroit comme C, d'où vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir C D vers A, & C E vers B.

Mesurez les longueurs C A, C B, & les racourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle : par exemple, si C A est de 36 toises & C B de 30; prenez sur l'échel-


A
D
C
E
B


E
A
D


E
H
G
F
A
I
L
D
D
B
B
C
C

le GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE ; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoiſtre combien il y aura de toiſes du point A au point B (*ſuivant la* 58 *du* 2.)

PROP. V.

Eſtant donné un plan ſur la planchette, en tracer un ſemblable ſur le terrain.

POſez la planchette dans le milieu du terrain où vous avez à executer le plan propoſé, qui par exemple eſt d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon eſt connuë par les chiffres qui ſont écrits deſſus.

Dirigez avec le cordeau, des rayons ſur le terrain qui répondent à ceux du plan donné ſur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon OA eſt chiffré de 124 toiſes, prenés le cordeau DE de 124 toiſes, & ainſi du reſte. (*Voyez la* 6 *du* 6.)

PROP. VI.

Lever le plan d'une place, & premierement du baſtion DED.

POſez la planchette dans la gorge du Baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du Baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Racourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG, GH, HG, &c. & vous aurez le plan du Baſtion propoſé.

Mettez une autre feüille de papier ſur la planchete, puis faites le plan du Baſtion ſuivant, &

paſſez ainſi de Baſtion en Baſtion juſqu'au dernier, en obſervant la longueur des courtines.

Tous les Baſtions de la Place eſtant tracez avec leurs courtines ſur autant de morceaux de papier, vous les aſſemblerez ſur une table, & ſi la cloſture du Plan ne ſe trouve pas juſte, je veux dire, ſi aſſemblant ces parties, la premiere ne ſe rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce deffaut en ouvrant ou reſſerrant tant ſoit peu chaque angle de la figure.

PROP. VII.

Lever la ſituation de pluſieurs Villages en même temps; par exemple, des trois Villages A, B, C.

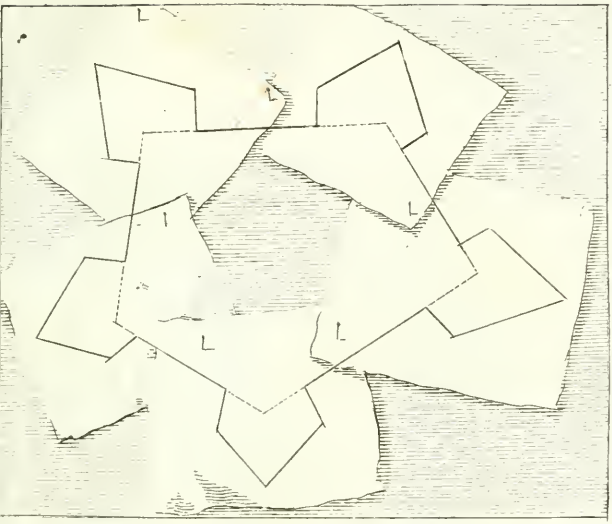
CHoiſiſſez un terrain où vous puiſſiez avoir une baſe de cinq ou ſix cent toiſes, & plus s'il eſt poſſible, & que de ſes extremitez E, G, on découvre les Villages propoſez.

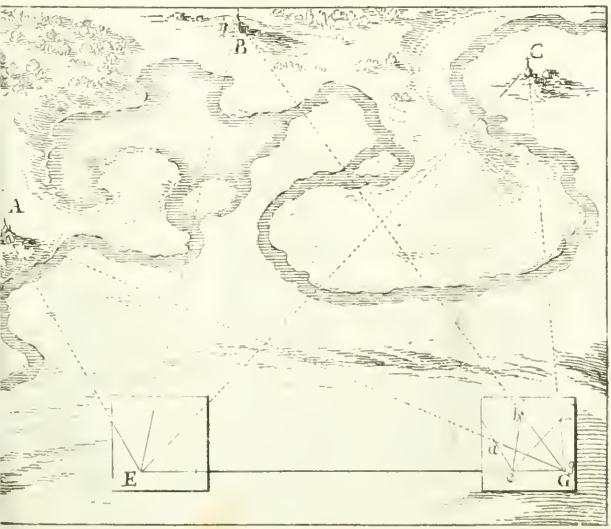
A l'une des extremitez de cette baſe comme E, & du point E, pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers les clochers ou lieux plus apparens de ces Villages; & un autre rayon vers le piquet G, (*ſuivant la 3.*)

De ce dernier rayon, faites une baſe ſur la Planchette, qui réponde à celle que vous avez priſe ſur le terrain, & écrivez ſur chaque rayon le nom du Village où il eſt dirigé.

Tranſportez la planchette en G, & la tournez de ſorte que la baſe e g que vous avez tiré deſſus, ſe trouve au deſſus de celle du terrain E G. *Puis*

Du point G pris ſur la planchette, dirigez auſſi des rayons vers les Villages, A, B, C, & les points a, b, c, où ils couperont les rayons de la premiere ſtation, ſeront en diſtance avec leur baſe e g, comme les trois Villages A, B, C, avec leur baſe E G.




B
C
A
E
G

En dirigeant les rayons visuels, il faut avoir soin que la Planchette soit toûjours de niveau, & jamais inclinée ; cette circonstance est absolument necessaire pour bien reussir.

PROP. VIII.

Conduire du point A, une ligne parallele à la muraille C D, de laquelle on ne peut approcher.

PLantez la Planchette B, à quelque endroit assez éloigné du point A.

Du point B, dirigez sur la Planchette des rayons vers les points A, C, D.

Transportez la Planchette en A, & la posez de telle sorte que le rayon A I, fasse partie du rayon A B.

Du point A, dirigez les rayons A C, A D, & par les points où ils couperont ceux de la premiere station, menez E F, laquelle sera parallele à C D.

Menez sur la Planchette, la ligne A O parallele à E F, & sous cette ligne, tirez sur le terrain la demandée A L (*par la* 1.)

PROP. IX.

Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas.

SUppoſé que la montagne M, empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

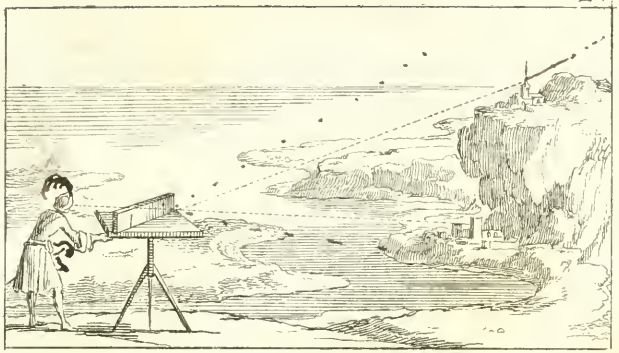
Avancez en quelque endroit C, d'où vous puissiez découvrir les deux points A & B.

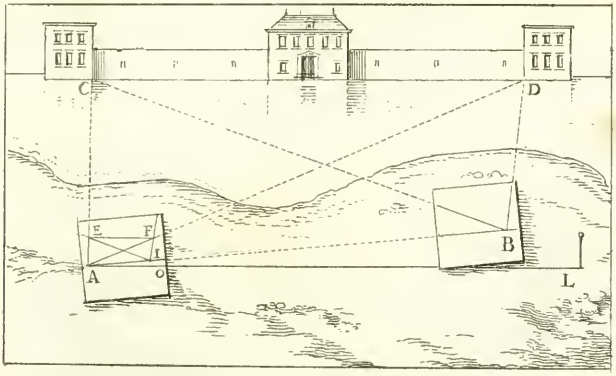
En ce lieu, & du point C pris sur la Planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troisiéme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra aussi découvrir les mêmes points A & B.

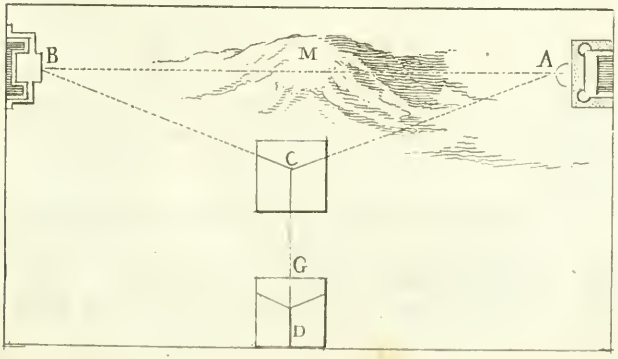
Transportez la Planchette en D, & la plantez de maniere que le rayon D G pris sur la Planchette, se

1re Figure.

243







trouve ſur le rayon D C ; puis du point D , dirigez les ſeconds rayons D A , D B.

Des points E , F , où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne E F , & enfin faites (*par la* 2) l'angle H B I égal à l'angle D E F , & B I ſera dirigée vers le lieu propoſé A.

PROP. X.

Diviſer le Pré B F en deux parties égales par une ligne droite menée du point G.

LEvez un plan du Pré propoſé.

Diviſez ce plan H I en deux également par la ligne L M (*ſuivant la* 12 *du* 5.)

Meſurez exactement O M, M I, puis coupez R F en S, comme O I l'eſt en M, & la ligne G S fera le partage demandé.

PROP. XI.

Meſurer la hauteur d'un Baſtiment A B , qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau A G.

POſez la Planchette bien à plomb en quelque lieu commode ; par exemple en C.

Tirez ſur cette Planchette la parallele D H.

Du point D tirez le rayon D F vers l'extremité du Baſtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G, & coupez D H, d'autant de petites parties.

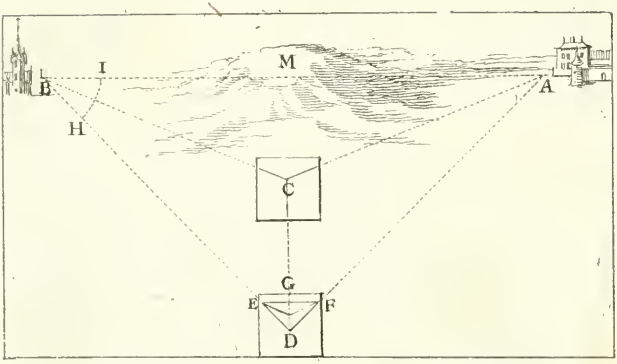
Elevez la perpendiculaire H F, elle contiendra autant de petites parties de la ligne D H, que la hauteur A B contiendra de pieds (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

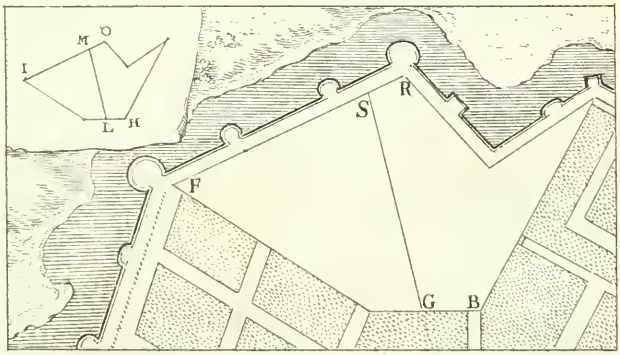
PROP. XII.

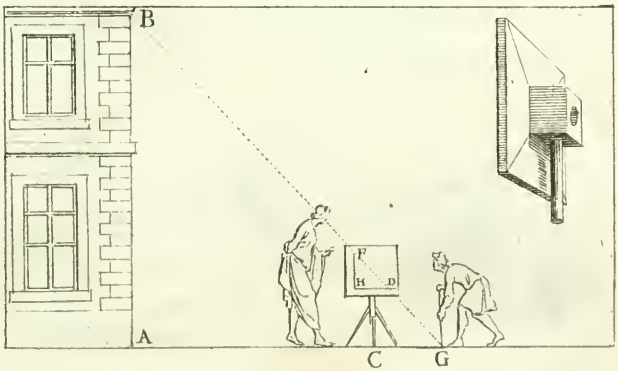
Meſurer la hauteur A B , de laquelle on ne ſçauroit approcher.

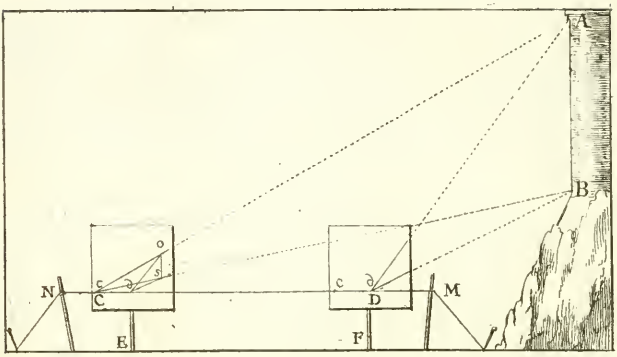
TIrez ſur la Planchette, une baſe c d.

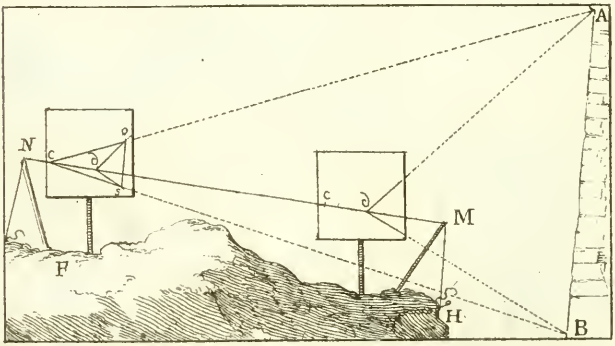
A la hauteur de cette baſe, tendez un fil N M


I
M
B
A
H
C
G
E
F
D


M
O
I
L
H
R
S
F
G
B


B
A
F
H
D
C
G


A
B
N
C
E
D
F
M


A
N
F
M
H
B

A
G
F
G
G
D
C
B

par le moyen de deux bâtons comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur C D de sept ou huit pieds ou plus, laquelle servira de base pour le terrain.

Du point d, dirigez sur la Planchette deux rayons, l'un vers A, & l'autre vers B.

Transportez la Planchette en E, & l'ajustez de maniere que le point c se trouve sur le point C, de même que la base c d sur la base C D.

Tirez du point c deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur o s qui sera à la petite base c d, comme A B est à la grande base C D.

PROP. XIII.

Mesurer sur le terrain inégal & penchant F H, une hauteur inaccessible A B.

LA pratique de cette Proposition est semblable à la precedente, & la difference de terrain ne change rien dans l'operation.

PROP. XIV.

Mesurer la hauteur de la montagne A B.

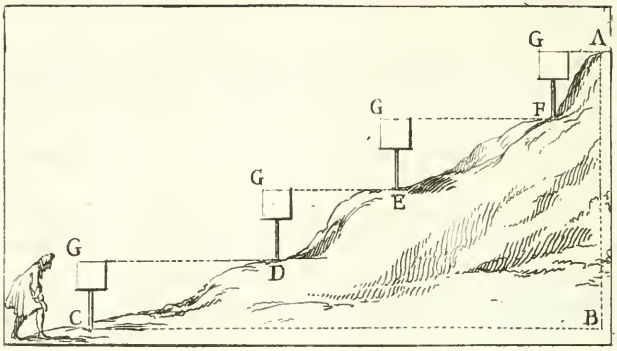
POsez la Planchette bien à plom au pied de la montagne.

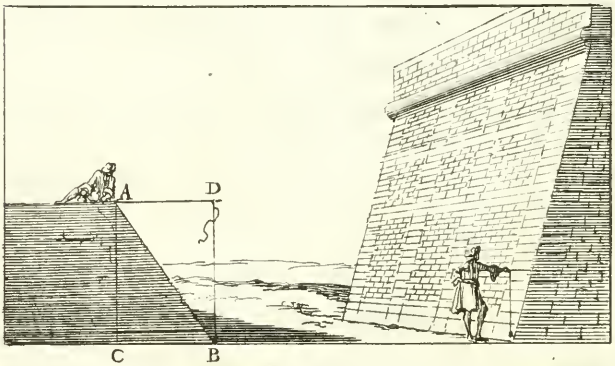
Dirigez un rayon G D par le costé superieur de la planchette.

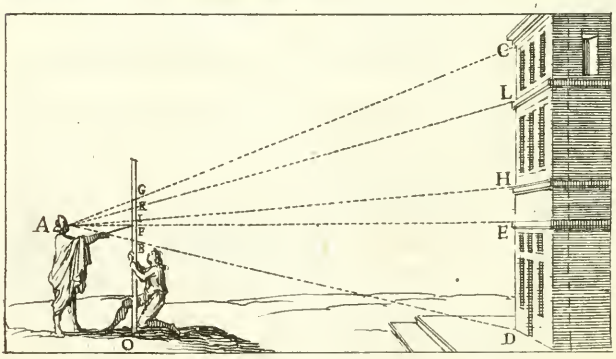
Transportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau G E.

Continuez la même chose jusqu'au sommet A, & le nombre des stations donnera la hauteur A B, car supposé dix stations, la planchette ayant 4 pieds de haut, ce sera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoistra la descente


G
A
G
F
G
E
G
D
C
B


A
D
C
B


C
L
H
E
D
A
G
K
I
P
B
O

A C & la distance B C, en mesurant les rayons G D, G E, G A, &c.

PROP. XV.

Mesurer le talu du rampar A B.

PRenez une pique, & attachez au bout un plomb qui descende au bas du fossé.

Tenez cette pique couchée sur le haut du rampar, & l'avancez jusqu'à ce que le plomb tombe sur le deffaut du talu B, sa saillie A D dans le fossé, sera égale à la mesure demandée C B (*suivant la* 38 *du* 2.)

PROP. XVI.

Mesurer la hauteur des étages, fenestres, portes, & autres parties de la face d'une maison.

PLacez-vous à quelque distance de la maison, par exemple en A, & vous tenant arrété, ferme, & sans mouvoir la teste; marquez sur une regle ou cane O G qu'on tiendra droite devant vous, le passage des rayons visuels par lesquels vous verrez les hauteurs à mesurer; & les parties B F I K G seront entr'elles comme les parties D E H L C.

Mesurez ensuite avec un pied ou une toise, la partie inferieure du Bastiment D E, qui vous est accessible, & supposé qu'elle se trouve estre de 8 pieds, divisez B F en 8 parties égales, cette division sera une échelle pour mesurer les parties F I K G.

FIN.

C. L. Burre - 1820
[redacted] - - N.° 699

12/82

JMXX